

**UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE NUEVO LEÓN
FACULTAD DE CIENCIAS DE LA TIERRA**



TESIS

**ESTIMACIÓN DE PARÁMETROS PARA SÍSMICA MULTICAPA
MEDIANTE APROXIMACIONES A LAS ECUACIONES DE ZOEPPRITZ
UTILIZANDO ALGORITMOS EVOLUTIVOS**

PRESENTA

GERARDO ALFREDO VARGAS CONTRERAS

**COMO REQUISITO PARCIAL PARA OBTENER EL GRADO DE
MAESTRÍA EN CIENCIAS GEOLÓGICAS**

FEBRERO 2017



**UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE NUEVO LEÓN
FACULTAD DE CIENCIAS DE LA TIERRA**



LA TESIS

**“ESTIMACIÓN DE PARÁMETROS PARA SÍSMICA
MULTICAPA MEDIANTE APROXIMACIONES A LAS
ECUACIONES DE ZOEPPRITZ UTILIZANDO ALGORITMOS
EVOLUTIVOS”**

QUE PRESENTA

GERARDO ALFREDO VARGAS CONTRERAS

**HA SIDO ACEPTADA COMO REQUISITO PARCIAL
PARA OPTAR AL GRADO DE
MAESTRO EN CIENCIAS GEOLÓGICAS**

Vo. Bo.

Dr. Juan Carlos Montalvo Arrieta
Director de Tesis



UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE NUEVO LEÓN
FACULTAD DE CIENCIAS DE LA TIERRA



LA TESIS

**“ESTIMACIÓN DE PARÁMETROS PARA SÍSMICA MULTICAPA
MEDIANTE APROXIMACIONES A LAS ECUACIONES DE ZOEPPRITZ
UTILIZANDO ALGORITMOS EVOLUTIVOS”**

QUE PRESENTA

GERARDO ALFREDO VARGAS CONTRERAS

**HA SIDO ACEPTADA COMO REQUISITO PARCIAL PARA OPTAR AL
GRADO DE**

MAESTRO EN CIENCIAS GEOLÓGICAS

LA COMISIÓN DE REVISIÓN DE TESIS

Dr. Juan Carlos Montalvo Arrieta

Dr. Sóstenes Mendez Delgado

Dr. Francisco Javier Almaguer Martínez

LINARES, NUEVO LEÓN, MÉXICO

FEBRERO 2017

Por este medio, declaro bajo protesta, haber realizado esta tesis de manera personal y haber utilizado únicamente los medios y procedimientos descritos en la misma.

Gerardo Alfredo Vargas Contreras

Linares, Nuevo León, 2017

DEDICATORIA

Todo el esfuerzo realizado en este trabajo y en toda mi vida van dedicados a mi madre **Ma. Esther Contreras Hernández**, por su incondicional amor, apoyo y sobre todo paciencia.

Con todo mi cariño y respeto, a **Dios**, por haber creado este loco y perfecto universo, y permitirnos existir en el.

"And in the end, the love you take is equal to the love you make"

Paul McCartney

AGRADECIMIENTOS

Al Dr. Juan Carlos Montalvo Arrieta, por su apoyo como director de esta tesis, por sus aportaciones y paciencia durante la realización de la misma.

Al Dr. Sóstenes Mendez Delgado, por su asesoría y confianza en la culminación de este trabajo.

Al Dr. Francisco Javier Almaguer Martínez, por sus consejos, enseñanzas y actitud positiva en todo momento.

Al Ing. Alfredo Vargas Hernández, por inculcarme el amor a las ciencias de la tierra desde pequeño, por ser un gran padre, un ejemplo a seguir y encontrar la forma de seguir enseñándome cosas sobre el mundo aun sin encontrarse en el físicamente.

A la Facultad de Ciencias de la Tierra de la UANL, por ayudarme a crecer como estudiante, profesionista y persona a lo largo de estos años.

A la Facultad de Ciencias Físico-Matemáticas de la UANL, por abrir sus puertas para mi y ayudarme en mi desarrollo como estudiante, además de permitirme conocer a grandes personas.

Al Lic. Roberto Soto Villalobos (*El Profesorazo*), por tantos buenos consejos y su incondicional apoyo en las buenas, en las malas y las peores.

Al Dr. Oscar M. Romero, por su apoyo, consejos, amistad y paciencia dentro y fuera de la facultad

A la M. C. Paulina Cuevas Castellanos, por su incondicional apoyo, paciencia, enseñanzas y consejos, por haberme hecho recordar lo grandioso que es vivir y ayudarme a recuperar la confianza en mi mismo.

A las familias Aleman Gallardo, Berrones Solano, Cuevas Castellanos y Ramirez Negrete, por brindarme su cariño, apoyo incondicional y permitir que me sintiera como en casa al estar con ellos.

Al Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología, por la beca de manutención otorgada para la realización de este posgrado.

A la HFMC, por los momentos buenos y malos que pasamos juntos y porque si ellos esta maestría no hubiera sido lo mismo

Al Dr. Fernando Velasco Tapia, al Dr. Carlos Aguilar Madera y a la Lic. Karla Casas Peña por brindarme su apoyo y hacer crecer al posgrado.

A Andrea Araceli Flores Salinas, por llegar cuando menos lo esperaba y recordarme que nunca se dejan de aprender y vivir cosas nuevas, sin importar el lugar, año o dimension en que te encuentres.

A mis amigos, familiares, compañeros y alumnos, por hacerme creer que puedo lograr lo que me proponga.

A todos mis amigos de posgrado, quienes le han dado vida y alegría a mi y a todo quien pase por ahi.

A todo el personal de la FCT, por ser los primeros en llegar, mantener nuestra facultad y brindarnos un cordial saludo y una sonrisa día a día.

Índice general

Índice de figuras	9
Índice de tablas	15
1. Introducción	17
1.1. Hipótesis	20
1.2. Objetivos	20
1.2.1. Objetivo General	20
1.2.2. Objetivos Particulares	20
2. Principios de la Exploración Sísmica	22
2.1. Principios fundamentales	23
2.2. Sísmica de Reflexión	24
2.3. Ondas Sísmicas	26
2.3.1. Ondas de Cuerpo	29
2.3.2. Ondas Superficiales	32
2.3.3. Oscilaciones libres	35
2.4. Ondas planas entre la interfaz de dos medios homogéneos	37
2.4.1. Propiedades básicas de ondas planas en medios elásticos	40
2.5. Trazado de Rayos Sísmicos	42
3. AVO	45
3.1. Uso de los datos de AVO	48
3.2. Inversión de datos de AVO	49
3.2.1. Problema Directo	49
3.2.2. Problema Inverso	50
3.2.3. Aplicación de la inversión de datos de AVO	51

4. Ecuaciones de Zoeppritz	54
4.1. Deducción de las Ecuaciones de Zoeppritz	56
4.1.1. Desarrollo	57
4.2. Aproximaciones a las Ecuaciones de Zoeppritz	62
4.2.1. Aproximación de Bortfeld	63
4.2.2. Aproximación de Aki y Richards	64
4.2.3. Aproximación de Hiltermann	64
4.2.4. Aproximación de Shuey	64
4.2.5. Aproximación de Lörtzer	65
4.2.6. Aproximación de Lin	66
5. Heurísticas	67
5.1. Método de Monte Carlo	69
5.1.1. Metaheurísticas	69
5.1.2. Algoritmos Evolutivos	70
5.1.3. Estrategias Evolutivas	72
6. Metodología	73
6.1. Cambio de dominio de la Ecuaciones de Zoeppritz y sus aproximaciones . .	74
6.1.1. Conversión de las ecuaciones de Zoeppritz del dominio del ángulo de incidencia (θ_i) a la distancia (x)	74
6.1.2. Conversión de las aproximaciones a las ecuaciones de Zoeppritz del dominio del ángulo de incidencia (θ_i) a la distancia (x)	76
6.1.3. Conversión de la aproximación de Bortfeld	76
6.1.4. Conversión de la aproximación de Aki y Richards	77
6.1.5. Conversión de la aproximación de Hiltermann	78
6.1.6. Conversión de la aproximación de Shuey	79
6.1.7. Conversión de la aproximación de Lörtzer	80
6.1.8. Conversion de la aproximación de Lin	80
6.2. Algoritmo	81
6.2.1. Evaluación de las aproximaciones a las ecuaciones de Zoeppritz (Problema directo)	83
6.2.2. Evaluación de las aproximaciones a las ecuaciones de Zoeppritz transformadas (Problema directo)	97

6.2.3. Inversión de las aproximaciones a las ecuaciones de Zoeppritz (Problema inverso)	111
7. Resultados	128
7.1. Modelo San Felipe - Agua Nueva	132
7.2. Modelo Agua Nueva - Cuesta del Cura	135
7.3. Modelo Cuesta del Cura - Tamaulipas Superior	138
8. Discusión	142
9. Conclusiones	150
Bibliografía	152

Índice de figuras

2.1.	Representación del cambio de amplitud de una onda al encontrarse con la interfaz entre dos medios (Stein. and Wysession, 2003).	24
2.2.	Propagación simétrica con cobertura continua del subsuelo (Telford, 1990).	25
2.3.	Propagación de una perturbación sísmica de una fuente puntual P cerca de la superficie de un medio homogéneo; la perturbación viaja como una onda del cuerpo a través del medio y como una onda de superficial (Lowrie, 2007).	27
2.4.	Representación de una vibración generalizada como componentes en paralelo a tres ejes de referencia ortogonales. Movimiento de las partículas en la dirección x es de ida y vuelta en paralelo a la dirección de propagación, correspondiente a la onda P. Las vibraciones a lo largo de los ejes y y z están en el plano del frente de onda y normal a la dirección de propagación. La vibración en z para un plano vertical corresponde a la onda SV; la vibración en y es horizontal y corresponde a la onda SH (Lowrie, 2007).	28
2.5.	El movimiento de las partículas en una onda P unidimensional transmite energía como una secuencia de tensiones (T) y compresiones (C) en dirección del eje x (Lowrie, 2007).	30
2.6.	Deformación elástica de un cuerpo tras el paso de una onda de corte en dirección del eje x (Lowrie, 2007).	31
2.7.	Onda Rayleigh , el movimiento de las partículas en el frente de onda de una onda Rayleigh consiste en una combinación de las vibraciones P y SV en el plano vertical. Las partículas se mueven en sentido retrógrado alrededor de una elipse que tiene su eje mayor en la vertical y su eje menor en la dirección de propagación de las ondas (Lowrie, 2007).	34
2.8.	Onda Love : Figura (a) El movimiento de las partículas es horizontal y perpendicular a la dirección de propagación. Figura (b) La amplitud de la onda disminuye con la profundidad por debajo de la superficie libre (Lowrie, 2007).	35
2.9.	Modos normales de vibración de una onda estacionaria en una cuerda fija por ambos extremos (Lowrie, 2007).	37

2.10. Relación entre ondas esféricas y planas (Telford, 1990).	37
2.11. Ejemplo básico de una onda plana en contacto con la interfaz entre dos medios elásticos, con propiedades físicas distintas. Las líneas punteadas representan el frente de onda y las líneas sólidas representan la dirección de propagación.	38
2.12. (a) Si el punto P , en algún límite sobre la tierra, esta suficientemente lejos de la localización de la fuente de la onda que se esta estudiando, entonces los frentes de onda de la onda P que arriban pueden ser tratados como ondas planas entrantes. (b) Si Q esta suficientemente cerca de la fuente, entonces la curvatura de los frentes de onda puede tener que ser tomada en cuenta (Aki and Richards, 2002).	39
2.13. Comportamiento de la trayectoria en la reflexion de ondas planas.	41
2.14. Trazado de rayos para un modelo en dos dimensiones de una estructura conformada por 5 capas con propiedades homogéneas e isotópicas y un gradiente positivo en sus velocidades de propagación.	44
3.1. Diagrama simple el cual representa la relación entre un modelo y datos, ambos para un problema directo e inverso (Alemie, 2010).	51
3.2. Diagrama simple de la relación entre un modelo y datos, adaptado al planteamiento del problema directo e inverso en AVO por medio de las aproximaciones a las Ecuaciones de Zoeppritz	53
4.1. Representación CMP, geometría del rayo incidente y la tetrapartición de la onda al entrar en contacto con una interfaz entre dos medios con propiedades distintas (Mustafa, 1990).	55
4.2. Notación de 16 posibles coeficientes de reflexión y transmisión entre dos subespacios sólidos, las flechas representan el movimiento de la partícula (Aki and Richards, 2002).	55
4.3. Notación para la tetraparticion de una onda P incidente, para un modelo de una interfaz entre dos medios solidos (Aki and Richards, 2002).	56
4.4. Notación para la particion de una onda P incidente que entra en contacto con una interfaz de dos medios con diferentes propiedades, resaltando la onda P reflejada (Rpp) (Aki and Richards, 2002).	63
5.1. Pseudo código base en los algoritmos evolutivos.	71
6.1. Representación de un CMP, modelo geométrico utilizado para la transformación de las ecuaciones de Zoeppritz y sus aproximaciones, del dominio del ángulo de incidencia (θ_i) al dominio de la distancia(x) (Mustafa, 1990).	74

6.2. Código de colores para la representación de las Aproximaciones a las ecuaciones de Zoeppritz	82
6.3. Aproximación de Bortfeld, ejemplo 1, colores según figura 6.2.	85
6.4. Evaluación de la aproximación de Aki y Richards, ejemplo 1, colores según figura 6.2.	85
6.5. Evaluación de la aproximación de Hilterman, ejemplo 1, colores según figura 6.2.	85
6.6. Evaluación de la aproximación de Shuey, ejemplo 1, colores según figura 6.2.	86
6.7. Evaluación de la aproximación de Lörtzer, ejemplo 1, colores según figura 6.2.	86
6.8. Evaluación de la aproximación de Lin, ejemplo 1, colores según figura 6.2.	86
6.9. Evaluación de las ecuaciones de Zoeppritz y sus aproximaciones, ejemplo 1, colores según figura 6.2.	87
6.10. Evaluación de la aproximación de Bortfeld, ejemplo 2, colores según figura 6.2.	88
6.11. Evaluación de la aproximación de Aki y Richards, ejemplo 2, colores según figura 6.2.	88
6.12. Evaluación de la aproximación de Hilterman, ejemplo 2, colores según figura 6.2.	88
6.13. Evaluación de la aproximación de Shuey, ejemplo 2, colores según figura 6.2.	89
6.14. Evaluación de la aproximación de Lörtzer, ejemplo 2, colores según figura 6.2.	89
6.15. Evaluación de la aproximación de Lin, ejemplo 2, colores según figura 6.2.	89
6.16. Evaluación de las ecuaciones de Zoeppritz y sus aproximaciones, ejemplo 2, colores según figura 6.2.	90
6.17. Evaluación de la aproximación de Bortfeld, ejemplo 3, colores según figura 6.2.	91
6.18. Evaluación de la aproximación de Aki y Richards, ejemplo 3, colores según figura 6.2.	91
6.19. Evaluación de la aproximación de Hilterman, ejemplo 3, colores según figura 6.2.	91
6.20. Evaluación de la aproximación de Shuey, ejemplo 3, colores según figura 6.2.	92
6.21. Evaluación de la aproximación de Lörtzer, ejemplo 3, colores según figura 6.2.	92
6.22. Evaluación de la aproximación de Lin, ejemplo 3, colores según figura 6.2.	92
6.23. Evaluación de las ecuaciones de Zoeppritz y sus aproximaciones, ejemplo 3, colores según figura 6.2.	93
6.24. Evaluación de la aproximación de Bortfeld, ejemplo 4 colores según figura 6.2.	94
6.25. Evaluación de la aproximación de Aki y Richards, ejemplo 4, colores según figura 6.2.	94
6.26. Evaluación de la aproximación de Hilterman, ejemplo 4, colores según figura 6.2.	94
6.27. Evaluación de la aproximación de Shuey, ejemplo 4, colores según figura 6.2.	95
6.28. Evaluación de la aproximación de Lörtzer, ejemplo 4, colores según figura 6.2.	95
6.29. Evaluación de la aproximación de Lin, ejemplo 4, colores según figura 6.2.	95
6.30. Evaluación de las ecuaciones de Zoeppritz y sus aproximaciones, ejemplo 4, colores según figura 6.2.	96

6.31. Aproximación de Bortfeld, ejemplo 1, colores según figura 6.2.	100
6.32. Evaluación de la aproximación de Aki y Richards, ejemplo 1, colores según figura 6.2. .	100
6.33. Evaluación de la aproximación de Hilterman, ejemplo 1, colores según figura 6.2.	100
6.34. Evaluación de la aproximación de Shuey, ejemplo 1, colores según figura 6.2.	101
6.35. Evaluación de la aproximación de Lörtzer, ejemplo 1, colores según figura 6.2.	101
6.36. Evaluación de la aproximación de Lin, ejemplo 1, colores según figura Figure 6.2. . . .	101
6.37. Evaluación de las ecuaciones de Zoeppritz y sus aproximaciones, ejemplo 1, colores según figura 6.2.	102
6.38. Evaluación de la aproximación de Bortfeld, ejemplo 2, colores según figura 6.2.	103
6.39. Evaluación de la aproximación de Aki y Richards, ejemplo 2, colores según figura 6.2. .	103
6.40. Evaluación de la aproximación de Hilterman, ejemplo 2, colores según figura 6.2.	103
6.41. Evaluación de la aproximación de Shuey, ejemplo 2, colores según figura 6.2.	104
6.42. Evaluación de la aproximación de Lörtzer, ejemplo 2, colores según figura 6.2.	104
6.43. Evaluación de la aproximación de Lin, parámetros sección 6.2.2, colores según figura 6.2.	104
6.44. Evaluación de las ecuaciones de Zoeppritz y sus aproximaciones, ejemplo 2, colores según figura 6.2.	105
6.45. Evaluación de la aproximación de Bortfeld, ejemplo 3, colores según figura 6.2. . .	106
6.46. Evaluación de la aproximación de Aki y Richards, ejemplo 3, colores según figura 6.2. .	106
6.47. Evaluación de la aproximación de Hilterman, ejemplo 3, colores según figura 6.2.	106
6.48. Evaluación de la aproximación de Shuey, ejemplo 3, colores según figura 6.2.	107
6.49. Evaluación de la aproximación de Lörtzer, ejemplo 3, colores según figura 6.2.	107
6.50. Evaluación de la aproximación de Lin, ejemplo 3, colores según figura 6.2.	107
6.51. Evaluación de las ecuaciones de Zoeppritz y sus aproximaciones, ejemplo 3, colores según figura 6.2.	108
6.52. Evaluación de la aproximación de Bortfeld, ejemplo 4, colores según figura 6.2.	109
6.53. Evaluación de la aproximación de Aki y Richards, ejemplo 4, colores según figura 6.2. .	109
6.54. Evaluación de la aproximación de Hilterman, ejemplo 4, colores según figura 6.2.	109
6.55. Evaluación de la aproximación de Shuey, ejemplo 4, colores según figura 6.2.	110
6.56. Evaluación de la aproximación de Lörtzer, ejemplo 4, colores según figura 6.2.	110
6.57. Evaluación de la aproximación de Lin, ejemplo 4, colores según figura 6.2.	110
6.58. Evaluación de las ecuaciones de Zoeppritz y sus aproximaciones, ejemplo 4, colores según figura 6.2.	111
6.59. Pseudo código base en los algoritmos evolutivos.	113
6.60. Aproximación de Bortfeld, ejemplo 1, colores según figura 6.2.	116

6.61. Evaluación de la aproximación de Aki y Richards, ejemplo 1, colores según figura 6.2.	116
6.62. Evaluación de la aproximación de Hilterman, ejemplo 1, colores según figura 6.2.	116
6.63. Evaluación de la aproximación de Shuey, ejemplo 1, colores según figura 6.2.	117
6.64. Evaluación de la aproximación de Lörtzer, ejemplo 1, colores según figura 6.2.	117
6.65. Evaluación de la aproximación de Lin, ejemplo 1, colores según figura 6.2.	117
6.66. Evaluación de las ecuaciones de Zoeppritz y sus aproximaciones, ejemplo 1, colores según figura 6.2.	118
6.67. Evaluación de la aproximación de Bortfeld, ejemplo 2, colores según figura 6.2.	119
6.68. Evaluación de la aproximación de Aki y Richards, ejemplo 2, colores según figura 6.2.	119
6.69. Evaluación de la aproximación de Hilterman, ejemplo 2, colores según figura 6.2.	119
6.70. Evaluación de la aproximación de Shuey, ejemplo 2, colores según figura 6.2.	120
6.71. Evaluación de la aproximación de Lörtzer, ejemplo 2, colores según figura 6.2.	120
6.72. Evaluación de la aproximación de Lin, ejemplo 2, colores según figura 6.2.	120
6.73. Evaluación de las ecuaciones de Zoeppritz y sus aproximaciones, ejemplo 2, colores según figura 6.2.	121
6.74. Evaluación de la aproximación de Bortfeld, ejemplo 3, colores según figura 6.2.	122
6.75. Evaluación de la aproximación de Aki y Richards, ejemplo 3, colores según figura 6.2.	122
6.76. Evaluación de la aproximación de Hilterman, ejemplo 3, colores según figura 6.2.	122
6.77. Evaluación de la aproximación de Shuey, ejemplo 3, colores según figura 6.2.	123
6.78. Evaluación de la aproximación de Lörtzer, ejemplo 3, colores según figura 6.2.	123
6.79. Evaluación de la aproximación de Lin, ejemplo 3, colores según figura 6.2.	123
6.80. Evaluación de las ecuaciones de Zoeppritz y sus aproximaciones, ejemplo 3, colores según figura 6.2.	124
6.81. Evaluación de la aproximación de Bortfeld, ejemplo 4, colores según figura 6.2.	125
6.82. Evaluación de la aproximación de Aki y Richards, ejemplo 4, colores según figura 6.2.	125
6.83. Evaluación de la aproximación de Hilterman, ejemplo 4, colores según figura 6.2.	125
6.84. Evaluación de la aproximación de Shuey, ejemplo 4, colores según figura 6.2.	126
6.85. Evaluación de la aproximación de Lörtzer, ejemplo 4, colores según figura 6.2.	126
6.86. Evaluación de la aproximación de Lin, ejemplo 4, colores según figura 6.2.	126
6.87. Evaluación de las ecuaciones de Zoeppritz y sus aproximaciones, ejemplo 4, colores según figura 6.2.	127

7.1.	a) Representación geométrica del del modelo, usando trazado de rayos. b) Resultado de la inversion y grafica de los coeficientes de reflexión. c) Sismograma sintético realizado a partir del coeficiente de reflexión utilizando la ondicula de Ricker. Parámetros tabla 7.2, colores según figura 6.2.	133
7.2.	a) Representación geométrica del del modelo, usando trazado de rayos. b) Resultado de la inversion y grafica de los coeficientes de reflexión. c) Sismograma sintético realizado a partir del coeficiente de reflexión utilizando la ondicula de Ricker. Parámetros tabla 7.4, colores según figura 6.2.	136
7.3.	a) Representación geométrica del del modelo, usando trazado de rayos. b) Resultado de la inversion y grafica de los coeficientes de reflexión. c) Sismograma sintético realizado a partir del coeficiente de reflexión utilizando la ondicula de Ricker. Parámetros tabla 7.6, colores según figura 6.2.	139
8.1.	Coeficiente de reflexión contra distancia fuente-receptor para la aproximación de Aki y Richards según los parámetros correspondientes al ejemplo 4, previamente mostrados.	144
8.2.	Coeficiente de reflexión contra distancia fuente-receptor para la aproximación de Aki y Richards agregando la variación de los posibles valores del factor γ que van desde 0 hasta 1.	145
8.3.	Aproximación de Aki y Richards agregando la variación de los posibles valores del factor γ acotados a valores entre 0.5 y 0.7.	146
8.4.	Sismograma sintético modelado junto a un par de secciones que muestran pozos que las cruzan y un par de registros básicos (Rojo-Velocidad y verde-Densidad).	148
8.5.	Sección sísmica extraída de un cubo con filtro y ganancia al cual se le han aplicado algunos atributos mas.	149
8.6.	Sección sísmica extraida de un estudio 3D realizado para un yacimiento convencional en el suereste de México.	149

Índice de tablas

6.1. Equivalencias para cada uno de los elementos de la matriz a	75
6.2. Equivalencias para cada uno de los elementos de la matriz b	76
6.3. Parametros para modelar curvas de coeficiente de reflexión, tomada de (Mustafa, 1990)	82
7.1. Propiedades físicas de algunas formaciones geológicas, tomados de (Montalvo et al., 2011)	129
7.2. Propiedades físicas de las formaciones geológicas, tomados de (Montalvo et al., 2011)	132
7.3. Conjuntos de parámetros seleccionados al azar de los resultados obtenidos por el algoritmo posteriores al filtrado, para el primer modelo.	135
7.4. Propiedades físicas de las formaciones geológicas, tomados de (Montalvo et al., 2011)	136
7.5. Conjuntos de parámetros seleccionados al azar de los resultados obtenidos por el algoritmo posteriores al filtrado, para este modelo.	138
7.6. Propiedades físicas de las formaciones geológicas Cuesta del Cura y Tamaulipas superior, tomados de (Montalvo et al., 2011)	139
7.7. Conjuntos de parámetros seleccionados al azar de los resultados obtenidos por el algoritmo posteriores al filtrado, para el tercer modelo.	141
8.1. 25 respuestas obtenidas a partir de la inversion con algoritmos evolutivos y seleccionadas al azar de un conjunto de 1000 respuestas en total, las cuales se sobrepusieron sobre la gráfica original de la aproximación de Aki y Richards.	147

Resumen

Las ecuaciones de Zoeppritz, a pesar de estar basadas en los principios de la acústica, son aplicadas a la geofísica, de hecho son una parte fundamental en el entendimiento del comportamiento de la ondas a través de medios estratificados, así como de la tetra-partición de su energía transmitida en la interfaz de dos medios y a pesar de que estas no representan ningún tipo de dificultad al computarizarlas, es difícil hacer conclusiones generales de uno o varios parámetros durante el proceso de reflexión y transmisión de ondas sísmicas, ya sea combinados o de forma individual, sin mencionar que, como ya es comúnmente conocido, los volúmenes de información utilizados en el procesamiento sísmico son normalmente grandes y requieren un considerable tiempo de computo, por ello la idea de tratar de optimizar estos procesos siempre es una opción viable y conveniente.

Una característica de las ecuaciones de Zoeppritz para los coeficientes de reflexión y transmisión, las cuales dependen del ángulo de incidencia, densidades y las velocidades de las ondas S y P, es que son altamente no lineales. Por esta razón se han propuesto diferentes aproximaciones y aun en estas se han tenido que asumir parámetros para linealizar las mismas y poder utilizar regresiones lineales, con el fin de tratar de resolver el problema inverso. En el presente trabajo se invierten de algunas de las aproximaciones a las Ecuaciones de Zoeppritz encontradas en la literatura, compararlas entre si y contra al menos uno de los métodos considerados como tradicionales.

Capítulo 1

Introducción

Las preguntas que el hombre se ha hecho sobre el interior del planeta en que vive, con el tiempo, se han ido transformando desde la curiosidad a la necesidad. Conocer sobre el interior de la Tierra en la actualidad es fundamental para la existencia del ser humano, ya que de esto depende desde sus necesidades mas actuales, como son la economía de los países y la administración de sus recursos, hasta sus necesidades más básicas, como son la supervivencia de el mismo.

La Geofísica fue creada por la unión de la geología y la física. Es esta ciencia la encargada de estudiar los procesos físicos de la Tierra, con el fin de entender los procesos que ocurren en ella, tanto en la superficie como en su interior, también, tratar de describir la historia de la Tierra, por medio de modelos propuestos por y para diferentes métodos, los cuales cada vez son más complejos y numerosos con el propósito de tratar de simular de forma más exacta los fenómenos naturales que se tratan de describir en cada caso.

La Sísmica es uno de los métodos geofísicos más conocidos en la actualidad, por una parte, debido a que está relacionada con el estudio de sucesos como son los sismos y sus consecuencias como son los tsunamis cuando estos se generan cerca del piso oceánico, de los cuales hemos sido testigos en los últimos años. Por otra parte, por fundamentar la prospección sísmica, la cual es utilizada durante la búsqueda, caracterización y explotación de recursos naturales no renovables, práctica que en la actualidad presenta una de las partes mas importantes de la industria y de la cual depende la economía de una gran cantidad de naciones, como lo es la de nuestro país.

La industria de los hidrocarburos presenta un papel fundamental en nuestra nación. Así como su estudio y caracterización son indispensables para nuestra economía, el éxito durante los procesos de explotación está fuertemente ligados al grado de conocimiento que se tenga del yacimiento a explotar; esto quiere decir que dependiendo de la cantidad de información que se tenga del área o volumen a trabajar será como este mismo se pueda aprovechar.

La demanda del mundial exige una alta producción a la industria petrolera debido a la dependencia que se tiene de los productos derivados de combustibles fósiles en la actualidad. Día tras día las industrias buscan nuevos métodos, ya sea por medio de la creación de nuevos estudios o métodos de investigación, como son la generación de algoritmos que se encargan de sacar cada vez mas provecho de la información ya existente y poder optimizar la explotación de yacimientos.

La sísmica es una herramienta fundamental en el estudio y la caracterización de yacimientos, la información obtenida a partir de la prospección sísmica se utiliza en general durante todo el proceso de exploración y producción de yacimientos de hidrocarburos, sin embargo la inversion de datos es aplicable a dicha información y esta facilita el aprovechamiento de la información en gran medida, dependiendo del conocimiento que se tenga de los métodos de inversion y la zona de estudio.

Un atributo, por ejemplo en la sísmica (Atributo sísmico), es una transformación muestra a muestra de datos sísmicos y estos pueden ser extraídos de cualquier tipo de dato, por ejemplo: amplitud, velocidad, traza compleja, etc. Los atributos son una herramienta que se utiliza con más frecuencia en estudios como los métodos potenciales y la prospección sísmica, por ejemplo. Esto por la necesidad de incrementar los conocimientos y sacar al máximo el provecho de la información obtenida, así como ver desde otro punto de vista el comportamiento de la información, ya sea de forma cuantitativa o cualitativa.

Las Ecuaciones de Zoeppritz son un conjunto de ecuaciones que se encargan de cuantificar la amplitud de una onda al encontrarse con la interfaz de un medio y se divide en cuatro (proceso mas comúnmente conocido como tetrapartición), una onda compresional que se refleja y una que se transmite y dos ondas transformadas que

corresponden a una onda de corte que se refleja y una que se transmite.

Una metodología de procesamiento muy utilizada durante la inversión de datos sísmicos es la de la variación de la amplitud del coeficiente de reflexión con relación a la distancia que existe entre la fuente y el receptor, conocido como *Amplitude Versus Offset* (AVO por sus siglas en inglés). El propósito del método es la caracterización de litologías, así como la identificación de contenido de fluidos y depende de las variaciones en una interfase con propiedades físicas distintas y responsables de la Velocidad Compresional (α), Velocidad de Corte (β) y Densidad (ρ) de cada medio, debido a que este método se basa en las ecuaciones de Zoeppritz.

Como ya se mencionó la inversión lleva un papel importante en la búsqueda de información para la caracterización de zonas de interés. Existen muchos métodos propuestos para la inversión de datos sísmicos, en este trabajo se plantea presentar un modelo sencillo de una interfaz entre una capa finita y una infinita, asumiendo que estas son homogéneas e isotrópicas, utilizando algunas de las aproximaciones a las ecuaciones de Zoeppritz encontradas en la literatura, por medio de algoritmos evolutivos.

Las metaheurísticas han ganado la confianza de los geofísicos debido a que en los últimos años han demostrado ser capaces de solucionar problemas sin solución analítica, así como el reproducir problemas ya resueltos contra los cuales se puede medir la capacidad de las soluciones que estas proponen.

Los algoritmos evolutivos ha logrado resolver gran cantidad de problemas de forma numérica y es una de las metaheurísticas mas famosas tanto por los buenos resultados que ha demostrado que es capaz de encontrar como por la sencillez de su pseudocódigo, a diferencia de algunas otras buenas heurísticas cuyos pseudocódigos pueden variar de forma mas drástica.

La programación evolutiva es una metaheurística cuyas bases se dan por la teoría de evolución de Charles Darwin, y forman parte de las búsquedas estocásticas que tienen como requisito el contener al menos un valor con comportamiento aleatorio durante su búsqueda. Dado que este tipo de algoritmos resuelven problemas de optimización, esto quiere decir que buscan máximos y mínimos de una función, es necesario poder plantear el problema propuesto como un problema de optimización para resolverle con ayuda de

este método y es por eso que se propone la hipótesis mostrada a continuación.

1.1. Hipótesis

Debido a que las Ecuaciones de Zoeppritz están fundamentadas por el principio de Fermat, sus aproximaciones se pueden resolver por medio de algoritmos evolutivos si estas se pueden plantear como un problema de optimización.

1.2. Objetivos

1.2.1. Objetivo General

Resolver las aproximaciones a las Ecuaciones de Zoeppritz como problema inverso con mediante programación evolutiva, para modelos sencillos con el fin de tratar de determinar las propiedades físicas de los medios y a partir de estos tratar de identificar diferentes litologías.

1.2.2. Objetivos Particulares

- Realizar un algoritmo en R a partir de los siguientes puntos:
 - **Problema Directo.** Generar los cálculos para obtener el coeficiente de reflexión, con relación a la distancia entre fuente y receptor, a partir de parámetros propuestos.
 - **Problema inverso.** Realizar la inversión a partir de los datos obtenidos con el fin de ajustar y encontrar el mejor modelo a proponer.
 - **Gráfica.** Mostrar gráficamente los siguientes puntos:
 - El acomodo entre fuerte y receptores, y el viaje del frente de onda entre ellos.
 - El comportamiento del coeficiente de reflexión para cada medición.
 - Un sismograma sintético para cada valor encontrado, con el fin de entender de forma mas sencilla el contraste entre impedancias acústicas, por medio de la amplitud de la onda que viaja en el medio.

- Realización de histogramas para cada grupo de valores obtenidos como respuesta, con el fin de tratar de visualizar posibles distribuciones.
- Comparación de diferentes resultados obtenidos a partir de iteraciones y variación en los parámetros durante la inversión con el fin de encontrar relaciones entre las mismas.

Capítulo 2

Principios de la Exploración Sísmica

La sísmica es un método geofísico que se encarga de estudiar el paso de las ondas elásticas a través de la Tierra, es uno de los métodos geofísicos más poderosos disponible para el estudio estructural del interior de la Tierra, específicamente la corteza y el manto ([Fowler, 2005](#)).

El estudio de la sísmica o métodos sísmicos de forma cuantitativa es relativamente joven y tiene aproximadamente 100 años. A principios de los años 1800, la teoría de propagación de ondas elásticas comenzó a desarrollarse por Cauchy, Poisson, Stokes, Rayleigh, y otros quienes describieron los principales tipos de ondas observadas en materiales sólidos, estas incluyen a las ondas compresionales y de corte, las ondas de cuerpo viajan a través de volúmenes sólidos, mientras que las ondas superficiales viajan a través de superficies libres ([Shearer, 2009](#)).

La sísmica es uno de los métodos geofísicos más conocidos en la actualidad; por una parte, debido a su relación con el estudio de fenómenos naturales como son los sismos y el estudio de la estructura interna de la Tierra (sismología), temas de suma importancia tanto en el ámbito científico, como en el interés general; y por otra parte, debido a que fundamenta uno de los métodos de caracterización del subsuelo más utilizados (Prospección sísmica), debido a las capacidades que tiene el mismo de adaptarse a las necesidades de estudios en específico, estudios que van desde la búsqueda de agua, yacimientos minerales hasta la delimitación e interpretación de yacimientos petroleros, entre otros.

La **exploración sismológica** aprovecha la información obtenida a partir de los sismos ocurridos, ya que cuando estos ocurren la tierra se fractura y las rocas contenidas en ella presentan una oposición relativa al movimiento de esta. Por otra parte, la **exploración sísmica** a pesar de envolver básicamente el mismo tipo de mediciones que la exploración sismológica, ésta funciona con fuentes controladas y la distancia entre fuente y receptor es relativamente menor ([Telford, 1990](#)).

2.1. Principios fundamentales

A continuación se presentan algunos puntos fundamentales utilizados en el desarrollo de la sísmica en general:

- **Principio de Fermat:** El trayecto seguido por la luz al propagarse de un punto a otro es tal que el tiempo empleado en recorrerlo es un mínimo.
- **Principio de Huygens:** Todo punto de un frente de onda inicial puede considerarse como una fuente de ondas esféricas secundarias que se extienden en todas las direcciones con la misma velocidad, frecuencia y longitud de onda que el frente de onda del que proceden.
- **Ley de Snell:** la multiplicación del índice de refracción por el seno del ángulo de incidencia es constante para cualquier rayo de luz incidiendo sobre la interfaz de dos medios.

$$n_1 \sin \theta_1 = n_2 \sin \theta_2 \tag{2.1}$$

- **Coeficiente de Reflexión y Transmisión:** Es la relación entre la amplitud de la onda reflejada y la onda incidente, o la cantidad de energía que se refleja y transmite (figura 2.1); ([Fowler, 2005](#)).

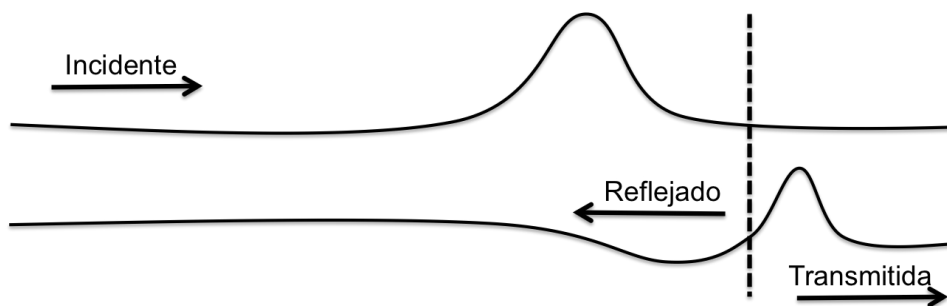


Figura 2.1: Representación del cambio de amplitud de una onda al encontrarse con la interfaz entre dos medios (Stein. and Wyession, 2003).

2.2. Sísmica de Reflexión

La sísmica de reflexión es un método ampliamente utilizado en la actualidad, debido a la adaptación que este tiene dependiendo la información que se necesite para el estudio que se este realizando. Esto debido a que es posible conocer y hasta controlar, en algunos casos, la definición que esta pueda tener ya sea de forma vertical como horizontal (Siendo esta última más difícil de controlar, debido a que depende de mas parámetros) por medio del arreglo utilizado, la amplitud maxima de las ondas que viajan a través de los medios y la profundidad a las que se encuentran los cuerpos de interés, las propiedades de la fuentes, entre otros factores.

A pesar de que la sismología de terremotos y la sismología de refracción permiten a los científicos para determinar las grandes estructuras de la Tierra, las estructuras de la corteza y la parte superior del manto, la sismología de reflexión, con ayuda del trazado de rayos (figura 2.2), es el método utilizado para determinar los detalles finos de las estructuras superficiales, generalmente en áreas pequeñas. La resolución que puede obtenerse con la sismología de reflexión hace que sea el principal método utilizado por las compañías de exploración petrolera para mapear estructuras sedimentarias del subsuelo. El método ha sido utilizado también cada vez más para obtener nueva información sobre las estructuras finas dentro de la corteza y en el límite corteza-manto(Fowler, 2005).

En el caso de perfiles obtenidos a partir de estudios realizados en tierra, las fuentes controladas utilizadas para este tipo de prospección son principalmente explosivos y vibradores con frecuencias controladas (comúnmente en el rango de 5 a 60 Hz) durante hasta 30 segundos. En perfiles más profundos en la corteza, los vibradores requieren

un paso adicional durante el procesamiento de datos, con el fin de extraer ondas reflejadas durante la grabación; a este proceso se le conoce como correlación cruzada y se realiza contra la señal fuente.

Para el caso de perfiles marinos, los dos métodos utilizados con mayor frecuencia para perfiles de reflexión profunda son, la pistola de aire, en el que una burbuja de aire con muy alta presión se libera en el agua de forma cíclica y controlada, y el cordón explosivo. Muchas pistolas de aire comprimido se utilizan, por lo general, para arreglos en forma de línea o red, que asemeja un vector o matriz, la cual es remolcada por el buque de tiro.

La deconvolución es el proceso que elimina los efectos de la fuente y el receptor de los sismogramas registrados y permite la comparación directa de los datos grabados con diferentes fuentes y/o receptores. (Telford, 1990)

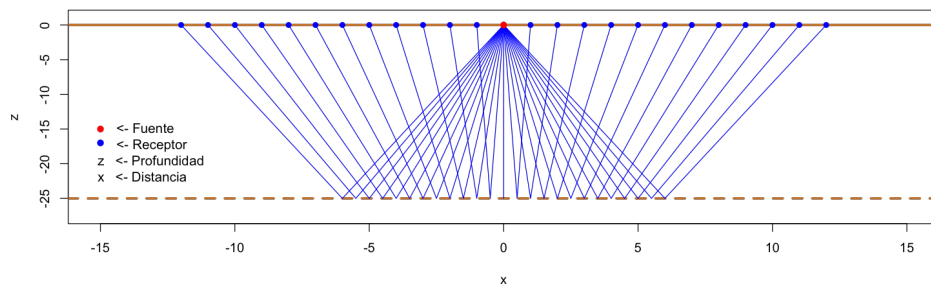


Figura 2.2: Propagación simétrica con cobertura continua del subsuelo (Telford, 1990).

2.3. Ondas Sísmicas

Gran parte de la información que tenemos sobre el interior la Tierra se obtiene a partir de observaciones de las ondas sísmicas. Existen fenómenos naturales que nos ayudan a comprender el comportamiento elástico de la Tierra, como son el movimiento de las mareas y el periodo de bamboleo de Chandler que se desarrollan a bajas frecuencias, pero carecen de los detalles y la precisión de la sismología.

El rango de las mediciones sísmicas se extienden a la frecuencia cero si se incluyen las cepas estáticas desplazadas por terremotos, pero el límite inferior de las frecuencias de ondas sísmicas es 3×10^{-4} Hz, para un periodo de 54 minutos del modo de oscilación libre; para estudios más locales, y especialmente en la sismología de exploración, se utilizan frecuencias mas altas.

La propagación de una perturbación sísmica a través de un medio heterogéneo es más compleja. Con el fin de derivar las ecuaciones que describen la propagación de manera adecuada, es necesario hacer suposiciones de simplificación. La heterogeneidad del medio a menudo se modela mediante su división en capas paralelas, en cada una de las cuales se suponen condiciones homogéneas. Por elección adecuada del espesor, la densidad y propiedades elásticas de cada capa, las condiciones reales pueden ser aproximadas.

Uno de los sustentos más importantes para la sísmica es la propagación de una perturbación sísmica, la cual supone que viaja por los desplazamientos elásticos en el medio. Esta condición no se aplica ciertamente cerca de la fuente sísmica cerca del foco de un terremoto o el punto de una explosión controlada, debido a que partículas del medio se desplazan permanentemente de sus vecinos; la deformación es inelástica. Sin embargo, cuando una perturbación sísmica ha viajado a cierta distancia de su fuente, su amplitud disminuye y el medio se deforma elásticamente para permitir su paso. Las partículas del medio llevan a cabo movimientos armónicos simples, y la energía sísmica se transmite como un complejo conjunto de ondas de movimiento.

Cuando la energía sísmica se libera de repente en un punto P cerca de la superficie de un medio homogéneo, parte de la energía se propaga a través del medio como ondas de cuerpo. La parte restante de la energía sísmica se extiende como una onda de superficie (Lowrie, 2007), como se muestra en la figura 2.3.

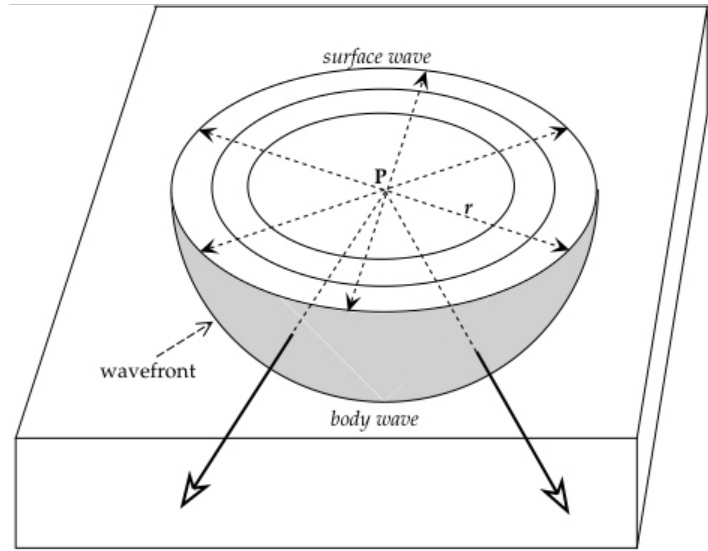


Figura 2.3: Propagación de una perturbación sísmica de una fuente puntual P cerca de la superficie de un medio homogéneo; la perturbación viaja como una onda del cuerpo a través del medio y como una onda de superficial (Lowrie, 2007).

Es conveniente distinguir los tipos de ondas sísmicas que viajan a través del subsuelo, las cuales son: *Ondas de cuerpo*, *ondas superficiales* y *oscilaciones libres*.

Las ondas de cuerpo de alta frecuencia tienen longitudes de onda cortos en comparación con la curvatura de la Tierra y su propagación tiene una estrecha analogía para la propagación de las ondas de luz en un sistema óptico, es por ello que principios como el de Fermat y la ley de Snell (Sección 2.1), son de suma importancia para el estudio e interpretación de las mismas.

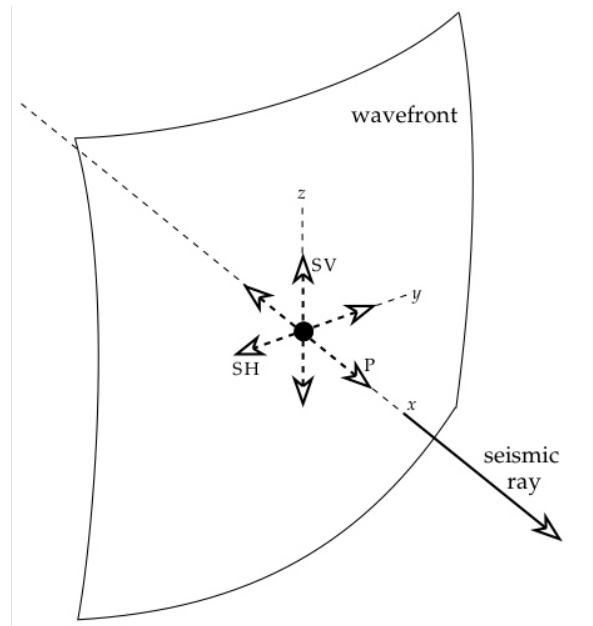


Figura 2.4: Representación de una vibración generalizada como componentes en paralelo a tres ejes de referencia ortogonales. Movimiento de las partículas en la dirección x es de ida y vuelta en paralelo a la dirección de propagación, correspondiente a la onda P. Las vibraciones a lo largo de los ejes y y z están en el plano del frente de onda y normal a la dirección de propagación. La vibración en z para un plano vertical corresponde a la onda SV; la vibración en y es horizontal y corresponde a la onda SH (Lowrie, 2007).

Dicha analogía conduce al concepto de los rayos sísmicos, los cuales se propagan de manera perpendicular al frente de onda. Estos se refractan y reflejan en la misma forma que los rayos de luz, pero una diferencia que debe tenerse en cuenta. No hay un equivalente óptico para las ondas de compresión (P), sólo para las ondas transversales (S) de la sismología. Ya que solo consideramos que las ondas de frecuencias más bajas, con longitudes de onda más largas, en consecuencia la teoría de los rayos onda del cuerpo se vuelve menos apropiada.

Sismogramas sintéticos se calculan como sumas ponderadas de los modos normales, donde estos son determinados por los elementos del tensor del momento de un terremoto, multiplicado por la tensión de los módulos calculados en su ubicación. Cuando se añaden los módulos de esta manera, se simulan un registro sísmico total, lo que permite de una forma mucho mas clara la identificación de las ondas P, S y las ondas de superficie a través de reverberaciones de la Tierra en su conjunto, en donde se puede observar como las frecuencias más altas se desvanecen.

La inversión de sismogramas observados en las estaciones de la red mundial utilizando materiales sintéticos de módulos normal es actualmente una rutina, y proporciona un catálogo de los tensores de momento para los terremotos en todo el mundo.

2.3.1. Ondas de Cuerpo

Como su nombre lo indica, estas ondas se transmiten a través de un medio, en este caso el interior de la Tierra, para el caso de un cuerpo uniforme se extenderían como frentes de onda esféricos, pero heterogeneidades en la Tierra refractan y reflejan en numerosas maneras. Sin embargo, para el estudio del comportamiento de dichas ondas, se asumen medios con características que permiten simplificar el comportamiento de las mismas, como son medios homogéneos e isotópicos, para estos casos, el frente de onda (definida como la superficie en la que todas las partículas vibran con la misma fase) tiene forma esférica, y la onda se denomina una onda esférica. Como la distancia de la fuente aumenta, la curvatura del frente de onda esférica disminuye con la distancia.

A grandes distancias de la fuente el arco del frente de onda puede ser considerado como una línea recta y la onda sísmica se llama onda plana. La descripción del movimiento armónico en ondas planas es más simple que para las ondas esféricas, porque para ondas planas podemos utilizar coordenadas cartesianas ortogonales. Incluso para las ondas planas la descripción matemática es mas sencilla en tres dimensiones

El estudio de los tiempos de arribo de las ondas de cuerpo a diferentes distancias ha permitido la interpretación de la estructura interna de la Tierra al grado de proponer modelos que satisfacen con la información recolectada. Existen otros métodos geofísicos, como son los métodos gravimétricos, eléctricos y magnéticos, entre otros, con los cuales también se pueden obtener modelos del subsuelo.

Las ondas de cuerpo son mas fáciles de interpretar debido a su naturaleza física. Los dos tipos de onda del cuerpo se conocen como **ondas P** (*compresionales*) y **ondas S** (*transversales*). Estas son llamadas así debido a la característica en particular que tienen sobre sus velocidades, la onda P es llamada así por la abreviación de la palabra primaria y a su vez las onda S por la abreviación de la palabra secundaria.

La velocidad de una onda del cuerpo en cualquier medio está dada por la raíz cuadrada de la relación del módulo elástico y la densidad. En cada caso el módulo relevante es el apropiado para la deformación del material, a partir de esta relación se pueden deducir una serie de fenómenos, por ejemplo: que las ondas transversales no pueden viajar a través de fluidos, como son agua y gases; y que para el caso en particular de un *sólido poissoniano* ($\lambda = \mu$), la velocidad de la onda P será $\sqrt{3}$ veces mas rápida que la onda S.

Ondas Compresionales

Tomando como referencia un plano cartesiano, las ondas compresionales viajan de tal forma que el eje x (dirección de propagación) es paralelo a la dirección en que las partículas oscilan, los ejes y y z se encuentran en el plano del frente de onda, como se muestra en la figura 2.4. Una vibración generalizada del medio puede ser reducido a los componentes en paralelo a cada uno de los ejes de referencia, es decir, puede visualizarse en una sola dimensión con el fin de comprender de forma mas sencilla este fenómeno de propagación.

En la dirección x el movimiento de las partículas se mueve hacia atrás y hacia delante de forma paralela a la dirección de propagación. Esto resulta en un medio que está siendo presionado y tensando de forma intermitente en esta dirección, como se muestra en la figura 2.5. Este movimiento armónico produce una onda de cuerpo que se transmite como una secuencia de elementos individuales que se comprimen y elongan de formas paralelas al eje x .

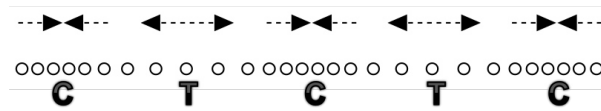


Figura 2.5: El movimiento de las partículas en una onda P unidimensional transmite energía como una secuencia de tensiones (T) y compresiones (C) en dirección del eje x (Lowrie, 2007).

La onda longitudinal es el más rápida de todas las ondas sísmicas. Cuando se produce un terremoto, esta onda es la primera en llegar a una estación de registro, y como ya se mencionó antes por este motivo es llamada onda primaria u onda P. La ecuación 2.2 muestra que las ondas P pueden viajar a través de los sólidos, líquidos y gases, todos los cuales son compresibles ($k \neq 0$).

$$\alpha = \sqrt{\frac{\lambda + 2\mu}{\rho}} \quad (2.2)$$

Ondas Transversales

Tomando como referencia un plano cartesiano, las ondas transversales viajan de tal forma que el eje x (dirección de propagación) es perpendicular al movimiento de las partículas del medio y se encuentran en el plano y y z al igual que el frente de onda, como se muestra en la figura 2.4. Es posible combinar los componentes y y z en un solo movimiento transversal; sin embargo, es más conveniente analizar los movimientos en los planos vertical y horizontal por separado.

El movimiento de la onda transversal es similar a la observada cuando vibra una cuerda. Si hablamos del caso de un movimiento horizontal, los planos horizontales se mueven de derecha a izquierda y la deformación de los elementos que la componen se propaga de la misma forma elemento tras elemento, los cuales sufren una deformación similar (Figura 2.6).

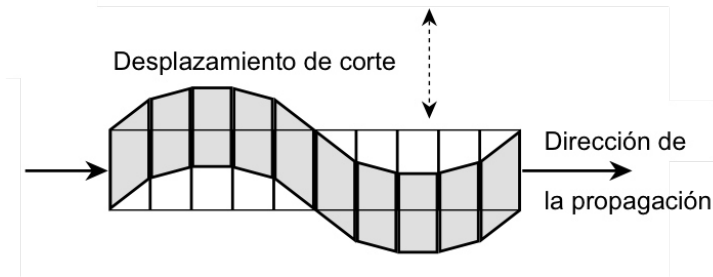


Figura 2.6: Deformación elástica de un cuerpo tras el paso de una onda de corte en dirección del eje x (Lowrie, 2007).

La única propiedad elástica que determina la velocidad de las ondas transversales es la rigidez, μ . En los líquidos y los gases μ es igual a cero, por tanto estas ondas no pueden propagarse por ellos, la velocidad de las ondas transversales está dada por β (ecuación 2.3). Comparando las ecuaciones para obtener las velocidades de las ondas P, para las ondas es más sencillo observar la relación entre la obtención de las velocidades de las ondas P (α) y las ondas S (β), tomando en cuenta las propiedades elásticas antes mencionadas.

$$\beta = \sqrt{\frac{\mu}{\rho}} \quad (2.3)$$

2.3.2. Ondas Superficiales

Una perturbación en la superficie libre de un medio se propaga alejándose de su fuente parcialmente como ondas sísmicas superficiales. En los registros sísmicos de terremotos distantes (telesismos), las ondas con amplitudes más grandes son generalmente las ondas superficiales que han viajado a través de la superficie terrestre, sin haber penetrado su interior.

Las excepciones para estos casos son obtenidas a partir de terremotos cuyo foco es mas profundo, en los cuales no es posible que se generen con tal libertad las ondas superficiales, de modo que las ondas de cuerpo son más prominentes. El predominio de las ondas de superficie en registros telesísmicos es debido al efecto geométrico de la propagación de las ondas de cuerpo y a la atenuación de las mismas.

Las ondas de cuerpo se extienden sobre frentes de onda que son esencialmente esféricos. Por lo tanto, la energía de la onda que pasa a través de cualquier elemento de área disminuye a una razón de $1/r^2$, donde r es la distancia entre el frente de onda y foco. Por otra parte, las ondas de superficie se extienden como un círculo en expansión a través de la superficie. Por lo tanto, en los puntos cercanos la energía es mayor y disminuye con una relación de $1/r$, donde r es ahora el radio del círculo. Por otra parte, este radio no aumenta de forma indefinida, ya que este alcanza su máximo cuando las ondas viajan 90° , después de esto el radio decrece de nuevo.

Las ondas de cuerpo no son de carácter muy dispersivo y puesto que la magnitud de energía de las ondas es proporcional al cuadrado de la amplitud de la onda, la amplitud de las ondas de cuerpo, disminuye con una razón de $1/r$. La difusión de la energía de las ondas superficiales no se traduce como directamente en amplitudes de onda, porque las ondas de superficie son fuertemente dispersivas.

La forma de onda cambia a través del tiempo, o de forma equivalente a la distancia en la dirección de desplazamiento, pero, a pesar de la dispersión, las amplitudes de las ondas superficiales, decrecen menos con la distancia que lo que lo hacen las amplitudes

de las ondas de cuerpo. Para el caso del análisis de telesismos por ejemplo, es conveniente que las ondas de cuerpo sean mas rápidas que las ondas superficiales, ya que estas se registran a diferentes tiempos y las segundas no quedan ocultas en dichos registros (Lowrie, 2007).

Tal como sucede con las ondas de cuerpo, hay dos categorías de ondas sísmicas superficiales, las *ondas Rayleigh* (L_R) y *ondas Love* (L_Q), que se distinguen una de otra por los tipos de movimiento que provocan a las partículas en sus frentes de onda.

Ondas Rayleigh (L_R)

En 1885 Lord Rayleigh describe la propagación de una onda superficial a lo largo de la superficie libre de un semi-espacio elástico semi-infinito. Las partículas en el frente de onda de la onda de Rayleigh están polarizadas a vibrar en el plano vertical. El movimiento de las partículas resultante puede ser considerado como una combinación de las vibraciones P y SV. Si el sentido de propagación de la onda de Rayleigh es a la derecha como se muestra en la figura 2.7, el movimiento de las partículas describe una elipse retrógrada en el plano vertical con su eje mayor en la vertical y su eje menor en la dirección de la onda propagación. Si relación de Poisson es válida para un sólido, la teoría de las ondas Rayleigh da una velocidad (V_{LR}) igual a $\sqrt{2 - 2/\sqrt{3}} = 0.9194$ de la velocidad de una onda S (β) (es decir, $L_R = 0.9194\beta$), parámetros asemejan a los encontrados en el subsuelo.

El desplazamiento de las partículas no se limita exclusivamente a la superficie del medio, partículas por debajo de la superficie libre también se ven afectadas por el paso de la onda de Rayleigh, en un semi-espacio uniforme la amplitud del desplazamiento de la partícula disminuye exponencialmente al aumentar la profundidad. La profundidad de penetración de la onda superficial por lo general se toma como la profundidad a la que la amplitud se atenúa a e^{-1} de su valor en la superficie. Para las ondas Rayleigh con longitud de onda λ la profundidad de penetración característica es de aproximadamente 0.4λ .

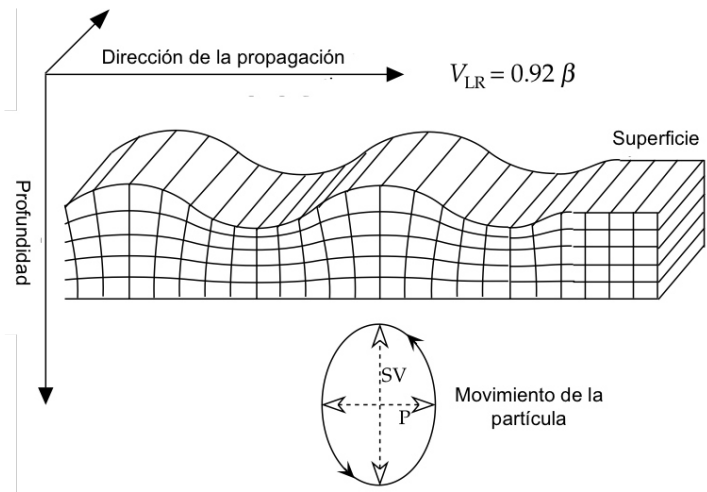


Figura 2.7: **Onda Rayleigh**, el movimiento de las partículas en el frente de onda de una onda Rayleigh consiste en una combinación de las vibraciones P y SV en el plano vertical. Las partículas se mueven en sentido retrógrado alrededor de una elipse que tiene su eje mayor en la vertical y su eje menor en la dirección de propagación de las ondas (Lowrie, 2007).

Ondas Love (L_Q)

Llamadas así en honor a su descubridor, el Físico A. E. H. Love. Las condiciones de contorno que gobiernan los componentes de la tensión en la superficie libre de un semi-espacio elástico semi-infinito prohíben la propagación de las ondas SH a lo largo de la superficie. Sin embargo, A. E. H. Love demostró en 1911 que si una capa horizontal se encuentra entre la superficie libre y el semi-espacio semi-infinito (figura 2.8a), ondas SH dentro de la capa que se reflejan en ángulos supercríticos a partir de la parte superior e inferior de la capa pueden interferir constructivamente para dar una onda de superficie que provoca movimientos horizontales en las partículas (figura 2.8a). La velocidad de la onda S en la capa cercana a la superficie (β_1) debe ser menor que en el semi-espacio subyacente (β_2). La velocidad de las ondas Love (V_{LQ}) se encuentra entre los dos valores extremos: $\beta_1 < V_{LQ} < \beta_2$.

La teoría muestra que la velocidad de las ondas Love con longitudes de onda muy cortas está cerca de la velocidad β_1 más lenta de la capa superior, mientras que las longitudes de onda largas viajan a una velocidad cercana a la velocidad más rápida β_2 del medio inferior. Esta dependencia de la velocidad de la longitud de onda se denomina dispersión. Las ondas Love son siempre de dispersión, ya que sólo pueden propagarse en un medio en que la velocidad entre capas en la superficie, pose un gradiente positivo.

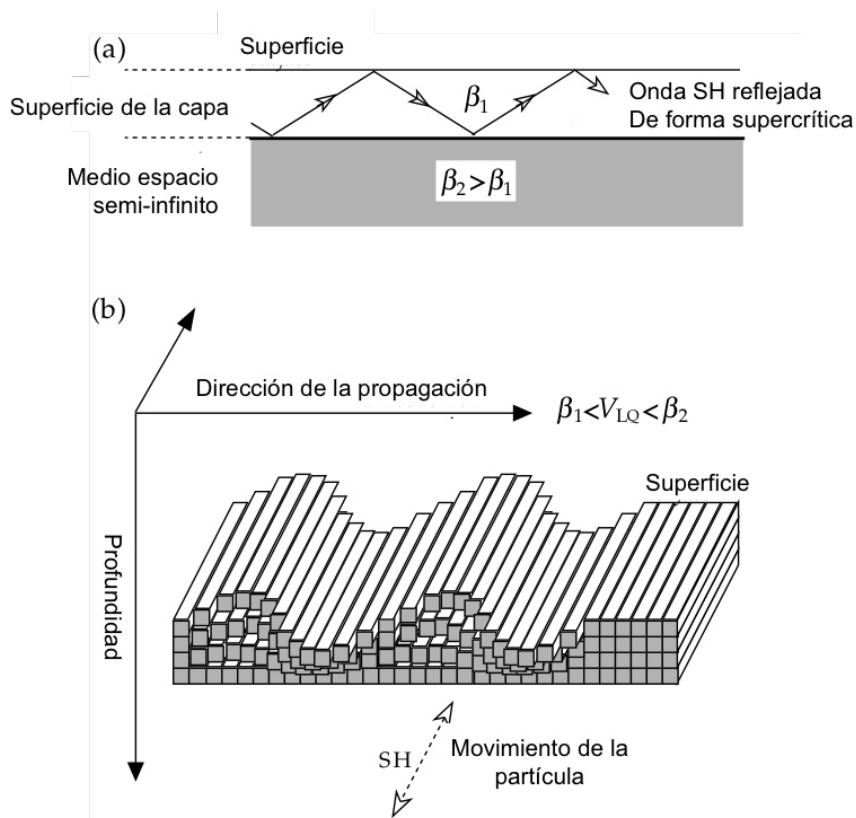


Figura 2.8: **Onda Love:** Figura (a) El movimiento de las partículas es horizontal y perpendicular a la dirección de propagación. Figura (b) La amplitud de la onda disminuye con la profundidad por debajo de la superficie libre (Lowrie, 2007).

2.3.3. Oscilaciones libres

El análisis de las ondas de superficie en términos de un modelo de Tierra plana es adecuada en períodos cortos, pero se hace cada vez menos satisfactorio en períodos más largos ya que la curvatura de la Tierra influye en la dispersión y se debe tener en cuenta. Un enfoque más general es considerar los modos de oscilación libre. Después de un gran terremoto la tierra resuena a numerosas frecuencias de los modos discretos, cada uno de los cuales puede ser pensado como una onda estacionaria que resulta de la superposición de ondas que viajan en sentido opuesto superficiales.

Las frecuencias de resonancia están relacionadas con las velocidades de fase de las ondas de superficie correspondientes, que son armónicas de modo que un número entero de longitudes de onda encaja en la superficie terrestre (Figura 2.9). Por lo tanto, dan un promedio global de la misma información que las ondas superficiales. Las frecuencias de más de 550 modos de oscilación libre se han identificado en los registros sísmicos, proporcionando un conjunto de datos para los estudios del modelo de la tierra que es

independiente de los tiempos de viaje onda del cuerpo ([Stacey and Davis, 2008](#)).

Cualquier vibración complicada de la superficie terrestre puede estar representada por la superposición de un número de vibraciones más simples, llamados modos normales de vibración. Estas surgen cuando las ondas que viajan e interfieren entre sí para dar una onda estacionaria e interactuar entre si de forma constructiva o destructiva. Cada modo normal corresponde a una onda estacionaria con la frecuencia y longitud de onda determinada por la condición de que la longitud de la cadena siempre debe ser igual a un número entero de medias longitudes de onda (figura 2.9). Además de los extremos fijos, hay otros puntos de la cadena que tienen desplazamiento cero, éstos se llaman los nodos de la vibración.

El primer modo normal (o fundamental) de la vibración no tiene nodos. El segundo modo normal (a veces llamado el primer armónico) tiene un nodo, su longitud de onda y el periodo son la mitad de los del modo fundamental. El tercer modo normal (segundo armónico) tiene tres veces la frecuencia del primer modo, y así sucesivamente. Los modos con uno o más nodos se denominan modos de orden superior.

Los conceptos de modos y nodos son aplicables a una esfera de vibración también. La vibración en general compleja de una esfera se puede descomponer en la superposición de un número de modos normales. Los nodos de desplazamiento cero se convierten en superficies nodales en los que la amplitud de la vibración es cero. Las oscilaciones libres de la Tierra se pueden dividir en tres categorías. En *oscilaciones radiales* los desplazamientos son puramente radial, en *oscilaciones esferoidales* que son parte radial y parte tangencial, y en *oscilaciones toroidales* que son puramente tangenciales.

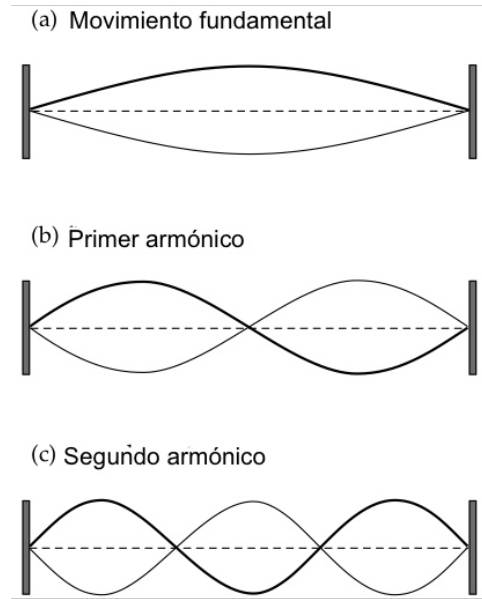


Figura 2.9: Modos normales de vibración de una onda estacionaria en una cuerda fija por ambos extremos (Lowrie, 2007).

2.4. Ondas planas entre la interfaz de dos medios homogéneos

Como ya se mencionó en una de las secciones anteriores (sección 2.3.1), la suposición de ondas planas es parte de una práctica común en el estudio e interpretación del comportamiento de las ondas sísmicas, debido a la forma que estas pueden adquirir a grandes distancias de la fuente (figura 2.10). Una de las ventajas más importantes de este supuesto son las relaciones geométricas que se pueden observar en ellas, además del hecho de que estas se pueden expresar en coordenadas cartesianas.

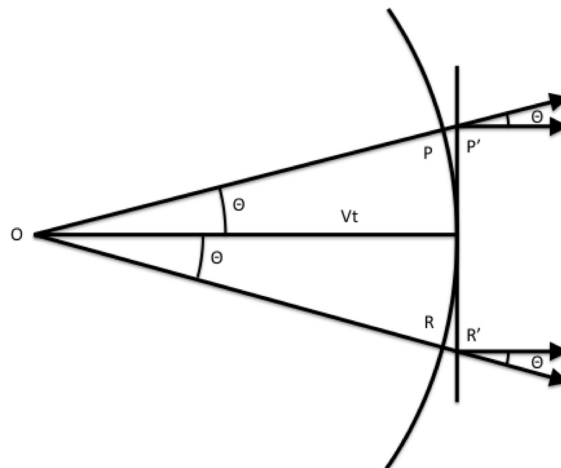


Figura 2.10: Relación entre ondas esféricas y planas (Telford, 1990).

Una vez conocidos los tipos de onda y los comportamientos geométricos en medios elásticos, homogéneos, isotópicos e infinitos, es importantes conocer la teoría de la transmisión de estas. Para ello se proponen ejemplos básicos en los que se presenta una discontinuidad de las propiedades elásticas en el medio en el que las ondas se propagan.

Esto se puede analizar de forma sencilla asumiendo la forma más simple de discontinuidad, en la cual dos medios elásticos, homogéneos e isotrópicos están en contacto en un límite que forma un plano (figura 2.11). En este tipo de experimentos simples, se pasan por alto los detalles del fenómeno que se encarga de generar la perturbación (fuente) y sólo se considera una onda plana incidente en la interfaz entre los medios.

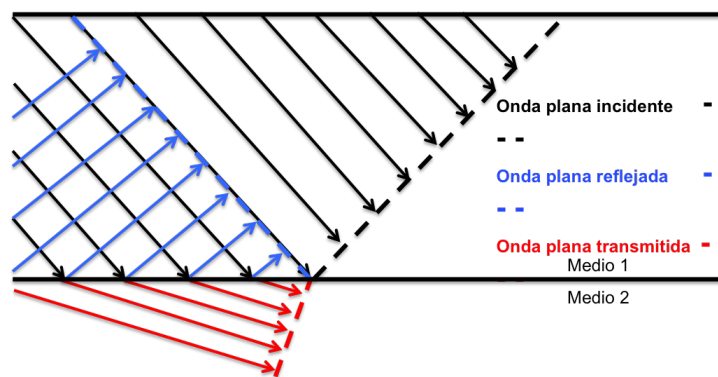


Figura 2.11: Ejemplo básico de una onda plana en contacto con la interfaz entre dos medios elásticos, con propiedades físicas distintas. Las líneas punteadas representan el frente de onda y las líneas sólidas representan la dirección de propagación.

El primer análisis de este tipo, fue realizado por George Green en 1839, en el cual intentó explicar el fenómeno de reflexión y refracción de la luz en términos de ondas elásticas. Su trabajo es similar, en algunos detalles, al análisis moderno de las ondas planas de tipo P, SV y SH. Sin embargo, no realizó el álgebra necesaria para el caso en el que los dos semi-espacios que tienen constantes elásticas (módulos) y las densidades completamente diferentes. La respuesta general de este planteamiento fue obtenida por Knott en 1899, usando potenciales, y la respuesta particular por Zoeppritz.

Como ya se mencionó antes, la suposición de ondas planas incidentes, puede ser muy buena en la práctica para la investigación de ondas a grandes distancias de la fuente que las generó (figura 2.12a). Si la reflexión y refracción de la onda tienen lugar cerca de la fuente (figura 2.12b), los fenómenos observados no pueden ser explicados de forma directa por la teoría de Knott (Aki and Richards, 2002).

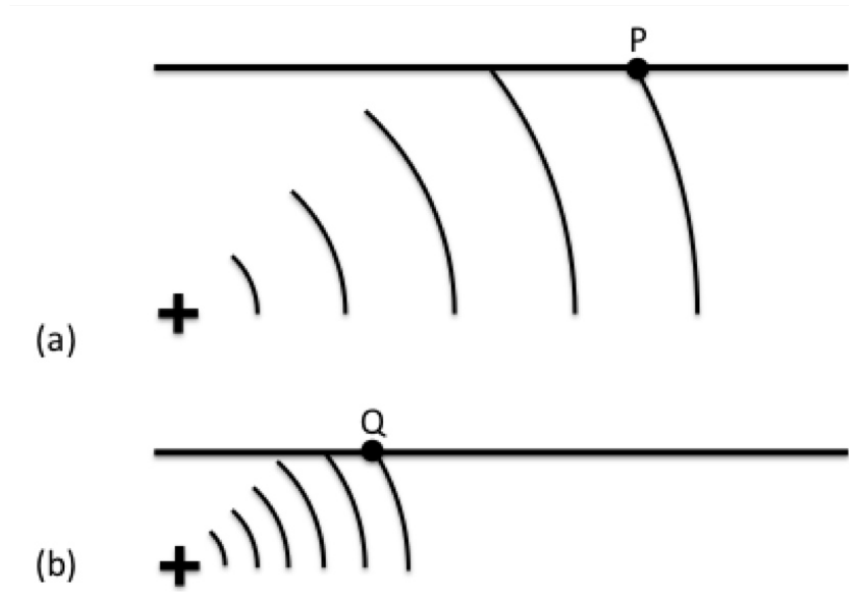


Figura 2.12: (a) Si el punto P , en algún límite sobre la tierra, esta suficientemente lejos de la localización de la fuente de la onda que se esta estudiando, entonces los frentes de onda de la onda P que arriban pueden ser tratados como ondas planas entrantes. (b) Si Q esta suficientemente cerca de la fuente, entonces la curvatura de los frentes de onda puede tener que ser tomada en cuenta (Aki and Richards, 2002).

Un ejemplo excepcional es el de la onda P_n , descubierta por Mohorovicic en 1909. Este es un tipo de onda que puede propagarse en un medio compuesto de dos semi-espacios en contacto por un plano, y cuya fuente involucra un punto que irradia ondas esféricas. La teoría de Knott tiene una aplicación indirecta en estos casos.

La Tierra es un medio semielástico, en el sentido en que el movimiento de las partículas pequeñas iniciado por la propagación de una onda, la cual sufre una pérdida irreversible de energía en relación a su radio, debido a una gran variedad de mecanismos de disipación. Desde el punto de vista del efecto en la onda propagada, tal atenuación esta dada por la distancia que es un parámetro que depende claramente de la distancia entre la fuente y el punto P o Q , según sea el caso (Figura 2.12).

En la propagación de las ondas con distancias muy cercanas entre el punto de medición de la onda y la fuente de la misma, se debe tomar en cuenta la curvatura del frente de onda y en las que la fuente se encuentra muy lejos de la fuente, se involucran los procesos de dispersión. Lo anterior nos lleva a los conceptos de ondas "Suficientemente cercanas" y "Suficientemente lejanas", en referencia a el número de longitudes de onda que hay entre el punto de interés y la fuente. De esta forma para la geometría entre receptor y fuente en el caso de la figura 2.12b, puede ser posible el uso de la teoría de ondas planas para frecuencias muy altas.

2.4.1. Propiedades básicas de ondas planas en medios elásticos

Una cantidad física (Como la aceleración de una partícula o una componente de estrés) se propaga como una onda plana en la dirección \mathbf{l} con velocidad c si

1. A un tiempo fijo, la cantidad no posee cambios espaciales para cada plano normal al vector unitario \mathbf{l} , y si
2. El plano asociado con un valor particular de la cantidad de movimiento con velocidad c en dirección \mathbf{l} .

Las cantidades físicas que se propagan con estas dos propiedades deben tener una dependencia funcional en el espacio y el tiempo sólo a través de la combinación de $t - (\mathbf{l} \cdot \mathbf{x})/c$. $1/c$ es llamado vector de lentitud s . Una de las ventajas de utilizar la lentitud (en lugar de la velocidad) para la suman las velocidades y direcciones de propagación de una onda es que la lentitud puede ser adicionada vectorialmente (por otro lado, las velocidades no entran en este concepto).

Usando coordenadas cartesianas (x, y, z) , las lentitudes de una onda incidente son iguales a la suma vectorial de sus componentes s_x, s_y, s_z a lo largo de cada dirección de coordenada: $\mathbf{s} = s_x\hat{\mathbf{x}} + s_y\hat{\mathbf{y}} + s_z\hat{\mathbf{z}}$ y la lentitud en la dirección \mathbf{n} es simplemente $\mathbf{s} \cdot \mathbf{n}$. En contraste, la velocidad con la cual avanza una onda plana en una dirección particular es, en general, mas rápida que su velocidad en la dirección de propagación (Figura 2.13).

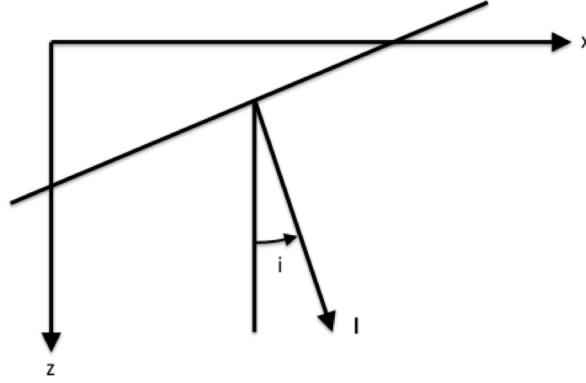


Figura 2.13: Comportamiento de la trayectoria en la reflexión de ondas planas.

Para una cantidad propagada con velocidad c en la dirección \mathbf{l} , la línea oblicua marca un plano en el cual los valores de la cantidad son todos iguales. Convencionalmente en la sismología se toma a z positivo, como la dirección de la profundidad y el eje x define la dirección que se encuentra a lo largo del componente horizontal de \mathbf{l} . El ángulo i , formado entre el eje z y la dirección de \mathbf{l} , es a menudo utilizado para especificar la dirección de la propagación de la onda. Entonces, la velocidad de propagación aparente a través de el eje x es $c/\sin i$, el cual excede a c si $0 \leq i \leq 90^\circ$. Esta velocidad aparente es generalmente medida en sismología para el uso de instrumentos colocados sobre parte de la superficie terrestre. Su recíproco es la lentitud horizontal, o parámetro de rayo (Aki and Richards, 2002).

2.5. Trazado de Rayos Sísmicos

La teoría de rayos electromagnéticos, comúnmente conocida como *geometría óptica*, posee los fundamentos del trazado de rayos sísmicos. Hay dos enfoques principales para la derivación de las ecuaciones de rayos.

- ♠ La parte clásica que se basa totalmente en la búsqueda por principios geométricos y por lo tanto se llama *teoría geometría de rayos*.
- ♠ La parte que se deriva ecuaciones de rayos a partir de la ecuación de onda por medio de análisis asintótico. Este enfoque se denomina como *teoría asintótica de rayos*.

El trazado de rayos sísmicos (Figura 2.14) es una técnica que se encarga de la predicción o determinación de tiempos de arribo de las ondas en los geófonos receptores, dicha técnica utiliza los trayectos sísmicos. El trazado de rayos depende de un modelo de velocidad y la suposición de que los rayos se comportan de forma determinada según las propiedades físicas de los medios, de acuerdo con la ley de Snell.

Los dos conceptos más importantes en la propagación de ondas de cuerpo de alta frecuencia en medios cuyo contraste en sus propiedades físicas varía de forma suave entre sus capas o bloques, son sus *tiempos de arribo* y *desplazamiento*, ambos conceptos están fuertemente relacionados. Se han propuesto muchos procedimientos para la determinación de tiempos de arribo y rayos, sin embargo, la forma apropiada de calcular rayos sísmicos y tiempos de viaje esta seriamente influenciada por factores como:

- a. La consideración de la dimensionalidad del modelo (1-D, 2-D, 3-D).
- b. La complejidad del modelo y su representación computacional.
- c. La configuración fuente-receptor y el volumen de información requerido a calcular.
- d. La exactitud requerida de los cálculos realizados.
- e. La eficiencia del método al realizar grandes cantidades de cálculos.
- f. El tipo de tiempos de viaje calculados.
- g. La amplitud requerida de cálculos.
- h. El propósito práctico de trazado de rayos y el tiempo de viaje.

Algunos de estos factores están mutuamente conectados entre si. Por otra parte, tanto los tiempos de viaje, como los rayos sísmicos han sido definidos y utilizados en la sismología y en la exploración sísmica, de diferentes formas y con diferentes definiciones, esto debido a que se pueden presentar de diferentes maneras, por ello la importancia de las siguientes definiciones para el caso de tiempos de viaje. Por tanto se puede deducir que este término es solo una aproximación, lo que significa que tiene un sentido asintótico de alta frecuencia.

- a. **Tiempos de viaje para *teoría de rayos*.** Los tiempos de viaje en teoría de rayos se presentan como el tiempo de viaje de una onda elemental individual, calculada a través de los rayos de dicha onda. Es por esta razón que los tiempos de viaje en teoría de rayos son también llamados tiempos de viaje elementales.
- b. **Tiempos de viaje para *primeros arribos*.** Los tiempos de viaje en primeros arribos son exactos, no tienen un sentido asintótico, incluso para estructuras heterogéneas estratificadas. Estos corresponden a la solución exacta de una ecuación elastodinámica de un modelo determinado y para un campo de onda completo, el cual no es separado en ondas elementales individuales.

Hay cuatro métodos principales de valor inicial de trazado de rayos:

1. El primer método involucra la solución numérica de la *ecuación de trazado de rayos*, suplementada con la ley de Snell para los puntos en que el rayo entra en contacto con la interfaz entre las estructuras.
2. El segundo método está basado en la *solución analítica* del sistema de trazado de rayos. Sin embargo, las soluciones analíticas están disponibles sólo en casos excepcionales.
3. El tercer método esta basado en la *solución semianalítica*, este método tiene dos alternativas.
 - *Primer alternativa.*- El modelo es dividido en capas y/o bloques, separados por interfaces estructurales curvadas. La distribución individual de velocidades en el interior de las capas y bloques se especifica de tal manera que permite el cálculo analítico de rayos

- *Segunda alternativa.*- El modelo es dividido en celdas (generalmente rectangulares o triangulares en 2-D y rectangulares o tetraédricas en 3-D) en las cuales las velocidades se especifican de nuevo de una manera tal que permite el cálculo analítico del rayo.
4. El cuarto método solo es aplicado para modelos de 1-D (verticales, heterogéneos, con interfaces estructurales planas, simetría radial con interfaces esféricas). El trazado de rayos y el tiempo de viaje de la teoría de rayos, puede ser realizada por *cuadratura estándar de rayos integrales*.

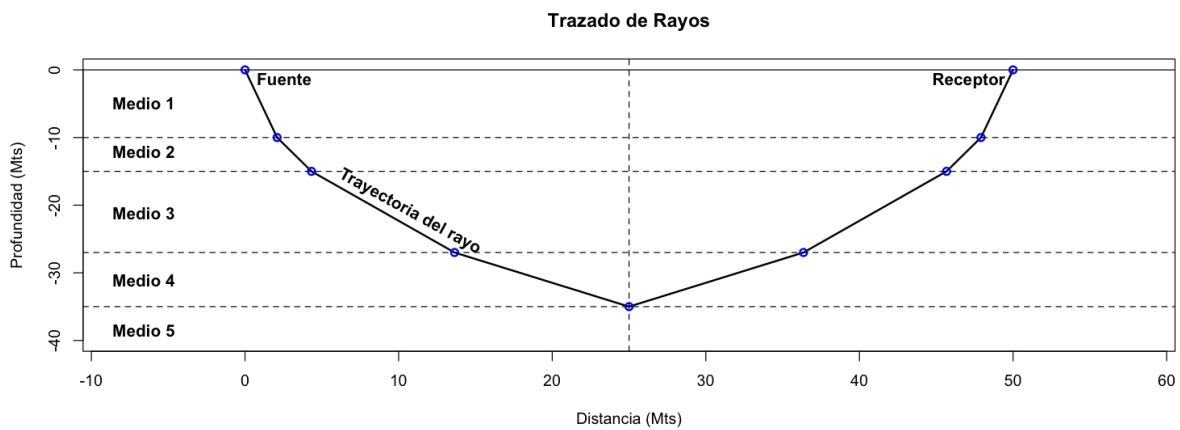


Figura 2.14: Trazado de rayos para un modelo en dos dimensiones de una estructura conformada por 5 capas con propiedades homogéneas e isotópicas y un gradiente positivo en sus velocidades de propagación.

Capítulo 3

AVO

Las señales sísmicas grabadas muestran la variación en la amplitud y la fase como una función de la distancia entre la fuente y el receptor (offset) y el tiempo de viaje. El comportamiento de la amplitud con respecto a la distancia entre fuente y receptor o AVO, por sus siglas en ingles, es sólo una de las técnicas que estudian el cambio en la amplitud de la señal sísmica con respecto a la distancia entre fuente y receptor. Si la información del offset es datada con respecto al ángulo de incidencia, el método es llamado Variación de la Amplitud con respecto al Angulo (AVA), por sus siglas en ingles.

La estimación de densidades y velocidades sísmicas de ondas P y ondas S de las capas de la Tierra, a partir de los conjuntos de datos adquiridos en la superficie, ha sido durante mucho tiempo uno de los intereses principales de investigación en sismología de reflexión, Este método tiene la capacidad de darnos una idea de lo que hay en el subsuelo para grandes distancias y profundidades de investigación, hasta la capacidad de definición que tiene el mismo y se utiliza ampliamente en la exploración de hidrocarburos y, en menor medida para la hidrogeología y exploración de minera.

Como se comentó en el Capítulo 2, el procedimiento básico en la exploración sísmica utiliza fuentes sísmicas tales como explosivos, vibradores o pistolas de aire para generar ondas sísmicas y registrar las amplitudes con la finalidad de construir una imagen del subsuelo. Dichas imágenes y el conocimiento de la litología, facilitan la exploración de la corteza terrestre.

La estimación de las velocidades de las ondas P y S y densidades de los medios elásticos separados por una frontera horizontal plana se plantea como un tema de

investigación importante. El conocimiento cuantitativo de estos parámetros elásticos contribuirá de manera significativa a la exploración, así como la comprensión de la corteza de la Tierra.

Por lo tanto, la estimación de los parámetros elásticos es uno de los temas actuales de investigación en geofísica. Este estudio es importante porque contribuye a la interpretación de los datos de la amplitud de la onda P contra el offset (AVO) mediante el desarrollo de los fundamentos de una teoría de inversión para estimar la relación de velocidades sísmicas de las ondas P y S, y la densidad de medios elásticos.

La amplitud y el tiempo total de viaje depende del ángulo de incidencia, las propiedades y la estructura de las rocas subyacentes. Por lo general, debido a las limitaciones en la adquisición y el ruido, los datos sísmicos tiene que ser procesados para extraer la señal. Después de los pasos de procesamiento de rutina, los datos sísmicos se utilizan para analizar y deducir la naturaleza del área de estudio.

La reflexión, transmisión y el modo de conversión de ondas P planas en un límite en función de una ángulo de incidencia ha sido ampliamente investigado en la literatura geofísica. La descripción matemática de la partición de la energía en un límite es resumida en las **ecuaciones de Zoeppritz** (Capítulo 4), y como ya se mencionó antes, para el caso de ángulos de incidencia chicos y pequeños contrastes en los parámetros sísmicos se han desarrollado varias **aproximaciones a las ecuaciones de Zoeppritz** (Sección 4.2), con el fin de hacer interpretaciones sobre la contribución de los parámetros sísmicos en el proceso de reflexión.

Se han utilizado diferentes métodos de modelado directo e inverso en varias investigaciones. Un ejemplo de modelado directo para el caso de la búsqueda de hidrocarburos a partir de la amplitud de una sección sísmica fue sugerida por primera vez por Ostrander (1982), quien detalló que la investigación de las amplitudes para ondas reflejadas en una sección sísmica puede proveer información importante acerca de la presencia de hidrocarburos ([Alemie, 2010](#)).

La calidad de la interpretación depende de las etapas de procesamiento llevadas a cabo para representar con precisión amplitudes de las formas de onda registradas; por

ejemplo, para los datos con alta relación de señal a ruido, determina la calidad de la inversión. Sin embargo, los datos sísmicos pueden ser recuperados por medio de métodos de procesado, reprocesado en forma de datos de reflectividad, lo cual es muy útil para hacer interpretaciones precisas y se ha demostrado que es ventajoso en muchos aspectos para muchos casos. (Chopra et al., 2007)

Un ejemplo común de esta metodología es al tomar en cuenta la presencia de gas o aceite en los poros de una roca, cuya velocidad de transmisión para ondas disminuye en comparación a si estas estuviesen saturadas de agua. A pesar de que el cambio en la densidad es pequeño, el gas y el aceite poseen menor densidad, que a su vez tiene un gran efecto en la reducción de la impedancia acústica.

La presencia de hidrocarburos en una sección sísmica (dependiendo las circunstancias locales) puede presentar diferentes anomalías como son puntos brillantes (bright-spot), puntos planos (flat-spot) y puntos oscuros (dim-spot). Los *puntos brillantes* o *bright-spot* aparecen donde hay rocas saturadas con gas y resultan en un incremento en el contraste, es decir, se asocian con un contraste de amplitud fuerte a través de la litología y su fluido contenido. Por otro lado, los *puntos oscuros* o *dim-spot* están asociados con una amplitud débil y los *puntos planos* o *flat-spot* se presentan de forma bastante aguda en el contacto entre gas y líquido.

Estas anomalías en una sección sísmica pueden ser utilizadas como indicadores directos de la presencia de hidrocarburos. Sin embargo, existen mas tipos de anomalías, debido a otro tipo de cambios como son los estructurales; por ejemplo, las acumulaciones locales de carbonatos (antiguos arrecifes de ostras). Esto indica que la información detallada acerca de las propiedades físicas de las rocas que causa la anomalías de amplitud que pueden ser estimadas.

Esta información de las propiedades físicas, es capaz de ayudarnos a predecir el contenido de fluidos (aceite, gas o agua) y permite una discriminación mas sencilla en la interpretación de anomalías de amplitud. En otras palabras, obtiene información adicional acerca de yacimientos potenciales o ayuda en la identificación de nuevos yacimientos de hidrocarburos.

La extracción de los parámetros del modelo físico a partir de datos sísmicos no es una tarea sencilla, involucra extensivo modelado matemático, realización de algoritmos especializados. Normalmente los parámetros se deben ajustar según cada caso a tratar, con el fin de realizar una optima inversión, y finalmente una gran cantidad de horas de prueba para estos dos ejemplos mencionados.

3.1. Uso de los datos de AVO

El campo de aplicación del AVO se ha ido expandiendo en las últimas décadas para incluir la estimación de la litología; la exploración de aguas subterráneas mediante la detección y mapeo de las variaciones de porosidad; la estimación de los módulos de elasticidad de las rocas; la exploración de hidrocarburos directa, delimitación de yacimientos, seguimiento de la producción de hidrocarburos, y la estimación de las propiedades físicas de la corteza de profundidad.

Se han realizado estudios de este método, ya sea desde el modelado teórico, hasta la aplicación de métodos propuestos con datos reales y sintéticos, por ello es que mencionamos aquí algunos trabajos encontrados en la literatura y algunos aportes que estos han dado.

- (Ostrander, 1984) mostró la factibilidad de la detección directa de areniscas saturadas en secuencias de areniscas y lutitas usando de forma periódica respuestas crecientes de AVO debido al contraste considerable entre relaciones de Poisson, gas-arena (0.1) y gas-lutita (0.4).
- (Vandenberghe et al., 1987) mostró un excelente ejemplo de análisis de AVO en exploración de aguas subterráneas.
- (Rutherford and Williams, 1989) clasificó las areniscas saturadas de gas en base a sus impedancias acústicas y respuestas de AVO para modelos de areniscas y lutitas saturadas de gas, y mostró ejemplos de datos de campo para cada clase.
- (Chako, 1989) continuo con la aplicación del modelado de AVO para distinguir entre facies comprimidas y porosas en el campo Lembak, Indonesia.

- (Pigott, 1989) calculó la compresión, cizalla y modulo de Young usando la estimación de parámetros sísmicos a partir del análisis de AVO para mostrar el uso potencial de los módulos elásticos en la descripción de litologías y fluidos contenidos en yacimientos.
- (Silva and Ahmed, 1989) aplicó el análisis de AVO para monitorear el cambio en los parámetros sísmicos de las formaciones de un yacimiento, debido a movimiento del fluido en los poros y/o el contacto entre fluidos durante la producción de gas y aceite después de la inyección de vapor para incrementar la producción.
- (Mazzoti, 1990) investigó los puntos brillantes causados por sedimentos saturados de gas y agua en el valle Po de Italia.
- (Louie, 1990) examinó las tendencias lineales para datos crudos de AVO de datos de la corteza obtenidos en California.

3.2. Inversión de datos de AVO

La inversión de los datos de AVO es un tema bastante interesante ya que, una vez conocido el modelo y las leyes físicas que fundamentan a este método, es posible extraer información que nos puede ser de gran ayuda durante la descripción de yacimientos, estructuras y hasta la comprobación y generación de nuevos modelos geológicos propuestos.

Sin embargo, para poder entender el proceso que ésta conlleva, es necesario recordar algunos conceptos básicos comúnmente utilizados en la geofísica a lo largo de generaciones y aplicados en una infinidad de métodos conocidos en la actualidad; métodos en los cuales estos conceptos ya están introducidos de forma implícita en ellos debido a la frecuencia con que estos son utilizados.

3.2.1. Problema Directo

El método para estimar información sobre un sistema dado de parámetros físicos conocidos es a lo que llamamos *problema directo*. El objetivo de este tipo de problemas es el describir un comportamiento de un sistema dado en términos de la variación de sus parámetros, es decir, intentando construir de la forma mas detallada posible la física del problema. Es un problema sencillo si el modelo físico es conocido.

3.2.2. Problema Inverso

Un *problema inverso* surge cuando se obtienen datos de mediciones y uno desea estimar propiedades no observables, medibles o cuantificables de forma directa por un método conocido. En otras palabras, es un método en el que se infieren o estiman parámetros de un modelo el cual caracteriza al sistema que se está estudiando.

Los problemas inversos son comúnmente aplicados en ciencias como la geofísica de exploración, tomografía médica, detección médica y astronomía. El paso básico en la formulación de un problema inverso es el plasmar un sistema de ecuaciones (lineal o no lineal) que describa completamente la relación entre los datos observados, el modelo físico y los parámetros desconocidos del modelo.

Dependiendo del número de ecuaciones y el número de parámetros que se desconocen del modelo, el sistema de ecuaciones puede clasificarse como *bajodeterminado*, *determinado* o *sobredeterminado*. Para cierto número definido de parámetros desconocidos, el problema se considera sobredeterminado si la cantidad de datos supera numéricamente los parámetros desconocidos. En este caso, el sistema de ecuaciones contiene mucha información, la cual podría conducir a ciertas contradicciones. En los problemas determinados, el número de ecuaciones es igual al número de parámetros que se desconocen; esto implica que hay suficiente información para determinar los parámetros del modelo, sin embargo, esto no significa que el sistema de ecuaciones pueda estimar los parámetros de forma precisa. Los problemas *sobredeterminados* surgen cuando el número de datos es menor que el número de parámetros desconocidos, es decir, que hay menos información para recuperar los parámetros de interés.

En general, un problema inverso puede ser *bien planteado* o *mal planteado*. Se dice que un problema está bien planteado si

- La solución existe.
- La solución es única.
- La solución depende continuamente de los datos.

Se dice problema mal planteado a aquellos cuya solución podría no existir o que la solución no es única o una pequeña perturbación en los datos pueden producir grandes cambios en la solución. Existen muchos de estos problemas en geofísica, una forma sencilla de visualizar el método de inversion es a partir del camino que se necesita recorrer para llegar del problema a su solución, es decir la relación entre el problema directo e inverso (Figura 3.1).

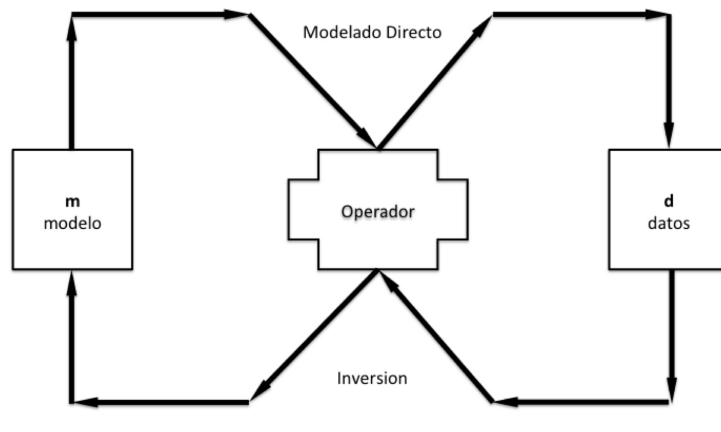


Figura 3.1: Diagrama simple el cual representa la relación entre un modelo y datos, ambos para un problema directo e inverso (Alemie, 2010).

3.2.3. Aplicación de la inversión de datos de AVO

Como ya se mencionó anteriormente, la variación de la amplitud con respecto al offset (AVO), describe los cambios en la amplitud de una señal sísmica incidente en una interface o límite formado entre dos capas adyacentes con diferentes parámetros o propiedades físicas, causando un contraste que es capaz de observarse y cuantificarse en función del offset.

La inversion de datos de AVO es una de las técnicas de inversión que se ha vuelto más popular en la industria de los hidrocarburos. Esta usa los datos de la sísmica pre-stack, los cuales han sido procesados de manera específica con el fin de preservar su amplitud. La inversión ayuda a extraer información sobre los parámetros físicos del subsuelo como son las velocidades de onda P, velocidades de onda S y densidad o sus atributos.

La combinación de estos parámetros es una poderosa herramienta en la distinción de yacimientos de hidrocarburos de entre otros materiales del subsuelo. La base para el modelado directo en la inversión del AVO son las *Ecuaciones de Zoeppritz* (Capítulo 4). Estas ecuaciones proveen una relación no lineal entre los parámetros elásticos y la amplitudes de ondas transmitidas y reflejadas en una interfaz dada ([Aki and Richards, 2002](#)).

La primer aproximación a las Ecuaciones de Zoeppritz fue propuesta por Bortfeld en 1962 (Sección 4.2.1). Esta ecuación muestra una clara relación entre el coeficiente de reflexión y los parámetros del modelo terrestre, pero no lineal con respecto a dichos parámetros. Después de la primera, otros investigadores han hecho aproximaciones linealizadas (Sección 4.2), usándolas como un modelo físico, es posible construir un problema inverso con el fin de recuperar los parámetros del modelo asociados al modelo físico.

Combinando la información de los datos de procesamiento con los resultados de la inversión, es posible producir una solución precisa a partir de los datos obtenidos en superficie. La inversión del AVO se puede plantear como un problema inverso; sin embargo al no tener la información ni parámetros necesarios este presenta múltiples soluciones y por ello es necesario discriminar respuestas con el fin de encontrar las o las mejores respuestas aplicables a nuestro modelo físico propuesto.

Una buena forma de resumir la metodología es plantear el problema como un modelo de inversión (Figura 3.2) es resolver las aproximaciones a las Ecuaciones de Zoeppritz como problema inverso, esto debido a que las aproximaciones a las Ecuaciones de Zoeppritz, como modelado directo, están controladas por los siguientes parámetros: velocidades α , β y densidades (ρ) dando como resultado amplitudes de onda en relación de una distancia (**AVO**) o ángulo (**AVA**) y una profundidad. Resolviendo el problema inverso, se podrían recuperar los parámetros físicos ya mencionados y a partir de ellos se obtendría una idea del tipo de roca en el área de estudio, además de la deducción de otros parámetros mas a partir de la información conocida.

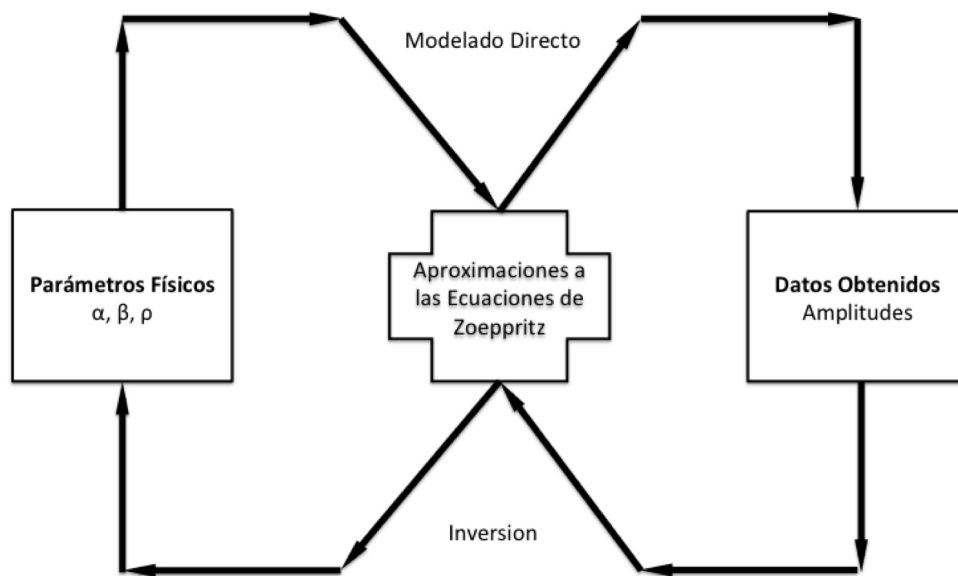


Figura 3.2: Diagrama simple de la relación entre un modelo y datos, adaptado al planteamiento del problema directo e inverso en AVO por medio de las aproximaciones a las Ecuaciones de Zoeppritz

Capítulo 4

Ecuaciones de Zoeppritz

Las Ecuaciones de Zoeppritz son un conjunto de ecuaciones que se encargan de cuantificar la amplitud de una onda al encontrarse con la interfaz de un medio (Figura 2.1) y se divide en cuatro (proceso mas comúnmente conocido como tetrapartición); una onda compresional que se refleja (R_{pp}) y una onda compresional que se transmite (T_{pp}) y dos ondas de corte transformadas, una que se refleja (R_{ps}) y una que se transmite (T_{ps}).

$$Q = \begin{pmatrix} \dot{P}\dot{P} & \dot{S}\dot{P} & \dot{P}\dot{P} & \dot{S}\dot{P} \\ \dot{P}\dot{S} & \dot{S}\dot{S} & \dot{P}\dot{S} & \dot{S}\dot{S} \\ \dot{P}\dot{P} & \dot{S}\dot{P} & \dot{P}\dot{P} & \dot{S}\dot{P} \\ \dot{P}\dot{S} & \dot{S}\dot{S} & \dot{P}\dot{S} & \dot{S}\dot{S} \end{pmatrix} = P^{-1}R \quad (4.1)$$

donde

$$P = \begin{pmatrix} -\sin \theta_r & -\cos \phi_r & \sin \theta_t & \cos \theta_t \\ \cos \theta_r & \sin \phi_r & \cos \theta_t & -\sin \theta_t \\ 2\rho_1\beta_1 \sin \phi_r & \rho_1\beta_1 (1 - 2\sin^2 \phi_r) & \rho_2\beta_2 \sin^2 \phi_r \cos \theta_t & \rho_2\beta_2 (1 - 2\sin^2 \phi_t) \\ -\rho_1\alpha_1 (1 - 2\sin^2 \phi_r) & 2\rho_1\beta_1 \sin^2 2\phi_r & \rho_2\alpha_2 (1 - 2\sin^2 \phi_t) & -\rho_2\beta_2 \sin^2 2\phi_t \end{pmatrix} \quad (4.2)$$

y

$$R = \begin{pmatrix} \sin \theta_r & \cos \phi_r & -\sin \theta_t & -\cos \phi_t \\ \cos \theta_r & -\sin \phi_r & \cos \theta_t & -\sin \phi_t \\ 2\rho_1\beta_1 \sin \phi_r \sin \theta_r & 2\rho_1\beta_1 (1 - 2\sin^2 \phi_r) & \rho_2\beta_2 \sin^2 \phi_r \cos \theta_t & \rho_2\beta_2 (1 - 2\sin^2 \phi_t) \\ \rho_1\alpha_1 (1 - 2\sin^2 \phi_r) & -2\rho_1\beta_1 \sin^2 2\phi_r & \rho_2\alpha_2 (1 - 2\sin^2 \phi_t) & -\rho_2\beta_2 \sin^2 2\phi_t \end{pmatrix} \quad (4.3)$$

En una superficie situada entre dos capas de roca, generalmente se produce un cambio de la velocidad de propagación debido a las diferencias en las propiedades físicas de las dos capas (Figura 4.1). En esta superficie la energía contenida en un pulso sísmico incidente se divide en un pulso transmitido y otro reflejado. Las amplitudes relativas de los pulsos transmitidos y reflejados, en términos de las velocidades y densidades de los dos medios, vienen dadas por las ecuaciones de Zoeppritz (Telford, 1990).

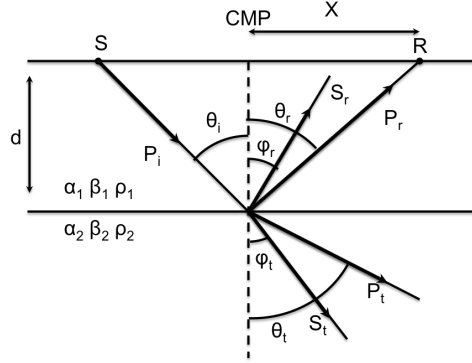


Figura 4.1: Representación CMP, geometría del rayo incidente y la tetrapartición de la onda al entrar en contacto con una interfaz entre dos medios con propiedades distintas (Mustafa, 1990).

La matriz Q (Ecuación 4.1) presenta las 16 combinaciones, asumiendo las cuatro posibles ondas incidentes y reflejadas en la figura 4.2, que representa modelos con cada onda incidente ($\dot{P}_1, \dot{S}_1, \dot{P}_2, \dot{S}_2$), para interfaces entre dos medios que presentan la misma velocidad en la horizontal, teniendo, respectivamente, la partición de la energía para cada caso en cuatro nuevas amplitudes ($\dot{P}_1, \dot{S}_1, \dot{P}_2, \dot{S}_2$).

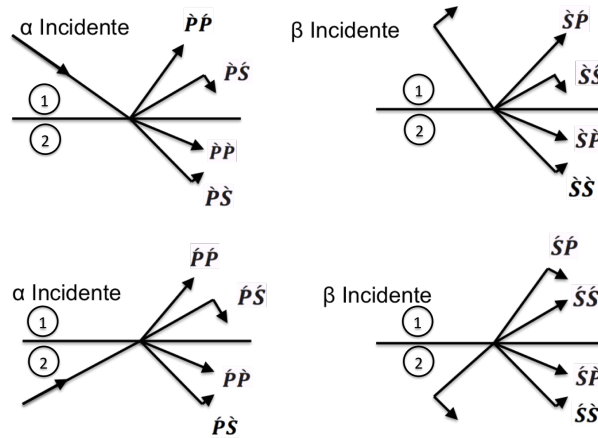


Figura 4.2: Notación de 16 posibles coeficientes de reflexión y transmisión entre dos subespacios sólidos, las flechas representan el movimiento de la partícula (Aki and Richards, 2002).

4.1. Deducción de las Ecuaciones de Zoeppritz

Para fines particulares de este trabajo, solo se mostrará el desarrollo para la matriz de las primeras cuatro posibles combinaciones, es decir, se mostrará el desarrollo de las ecuaciones de Zoeppritz, para una onda compresional incidente (Figura 4.3) y que da como resultado una onda compresional que se refleja y una que se transmite y una onda de corte que se refleja y otra que se transmite ($\hat{P}\hat{P}$, $\hat{P}\hat{S}$, $\hat{P}\hat{P}$, $\hat{P}\hat{S}$).

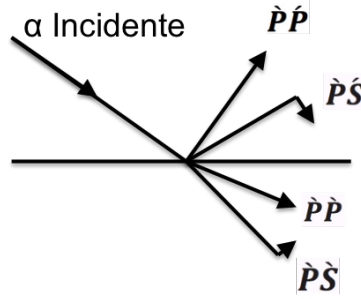


Figura 4.3: Notación para la tetrapartición de una onda P incidente, para un modelo de una interfaz entre dos medios sólidos (Aki and Richards, 2002).

Como resultado obtendremos un sistema de ecuaciones representado por tres matrices, una de 4×4 y una de 4×1 , que dependen de las propiedades físicas y ángulos y una más de 4×1 , en donde p es el parámetro de rayo y está dado por la ecuación 4.10.

$$MX = Y \quad (4.4)$$

donde

$$M = \begin{pmatrix} -\alpha_1 p & -\cos \phi_r & \alpha_2 p & \cos \phi_t \\ \cos \theta_i & -\beta_1 p & \cos \theta_t & -\beta_2 p \\ -\rho_1 \alpha_1 (1 - 2\beta_1^2 p^2) & -2\rho_1 \beta_1^2 p \cos \phi_r & \rho_2 \alpha_2 (1 - 2\beta_2^2 p^2) & -2\rho_2 \beta_2^2 p \cos \phi_t \\ 2\rho_1 \beta_1^2 p \cos \theta_i & \rho_1 \beta_1 (1 - 2\beta_1^2 p^2) & \rho_2 \beta_2^2 p \cos \phi_t & \rho_2 \beta_2 (1 - 2\beta_2^2 p^2) \end{pmatrix} \quad (4.5)$$

$$X = \begin{pmatrix} R_{pp} \\ R_{ps} \\ T_{pp} \\ T_{ps} \end{pmatrix}, \quad Y = \begin{pmatrix} \alpha_1 p \\ \cos \theta_i \\ \rho_1 \alpha_1 (1 - 2\beta_1^2 p^2) \\ 2\rho_1 \beta_1^2 p \cos \theta_i \end{pmatrix} \quad (4.6)$$

4.1.1. Desarrollo

Representamos a los potenciales de la onda compresional y de cuerpo como ϕ y ψ respectivamente.

Los potenciales satisfacen la ecuación de onda en un sistema de coordenadas cartesianas (x, y)

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial z^2} = \frac{1}{\alpha^2} \frac{\partial^2 \phi}{\partial t^2} \quad (4.7)$$

y

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial z^2} = \frac{1}{\beta^2} \frac{\partial^2 \psi}{\partial t^2} \quad (4.8)$$

El potencial de la onda compresional P incidente se descompone en su dos partes reflejadas, una onda de cuerpo y una onda convertida (onda S reflejada), la parte transmitida de igual forma es descompuesta en una onda de cuerpo y corte representadas por ϕ_1, ψ_1, ϕ_2 y ψ_2 respectivamente; los índices representan la dirección del frente de onda, 1-arriba y 2-abajo. La solución de la onda plana para las ecuaciones 4.7 y 4.8 de acuerdo a la transformación mostrada en la figura 4.1

$$\begin{aligned} \phi_1 &= A_0 e^{i\omega \left(px + \frac{\cos \theta_i}{\alpha_1} z - t \right)} + A_1 e^{i\omega \left(px + \frac{\cos \theta_r}{\alpha_1} z - t \right)}, \\ \psi_1 &= B_1 e^{i\omega \left(px - \frac{\cos \phi_i}{\beta_1} z - t \right)}, \\ \phi_2 &= A_2 e^{i\omega \left(px + \frac{\cos \theta_t}{\alpha_2} z - t \right)}, \\ \psi_2 &= B_1 e^{i\omega \left(px + \frac{\cos \phi_t}{\beta_2} z - t \right)}. \end{aligned} \quad (4.9)$$

Donde A_0, A_1, B_1, A_2 y B_2 son las amplitudes de onda para la onda P incidente, onda P reflejada, onda S reflejada (convertida en la reflexión), onda P transmitida y onda S (convertida de la onda P en la transmisión); p y ω parámetros de rayo y frecuencia respectivamente. Los ángulos θ_i, θ_r y θ_t son de incidencia, reflexión y transmisión de la onda P, respectivamente. Los ángulos restantes ϕ_r y ϕ_t son de reflexión y transmisión de la onda S, respectivamente (Figura 4.1).

Para seguir adelante, necesitamos escribir la ley de Snell (Ecuación 2.1) en términos de ángulos y velocidades del medio. La velocidad aparente a través de la interfaz entre los dos medios es constante

$$C_x = \frac{1}{p} = \frac{\alpha_1}{\sin \theta_i} = \frac{\beta_1}{\sin \phi_r} = \frac{\alpha_2}{\sin \theta_t} = \frac{\beta_2}{\sin \phi_t} \quad (4.10)$$

Los vectores de desplazamiento correspondientes de las ecuaciones anteriores pueden escribirse como

$$\begin{aligned} u_{x1} &= \frac{i\omega}{\alpha_1} (A_0 + A_1) \sin \theta_i e^{i\omega \left(px + \frac{\cos \theta_i}{\alpha_1} z - t \right)} + \frac{i\omega}{\beta_1} B_1 \cos \phi_r e^{i\omega \left(px - \frac{\cos \phi_r}{\beta_1} z - t \right)}, \\ u_{x2} &= \frac{i\omega}{\alpha_2} A_2 \sin \theta_t e^{i\omega \left(px + \frac{\cos \theta_t}{\alpha_2} z - t \right)} + \frac{i\omega}{\beta_2} B_2 \cos \phi_t e^{i\omega \left(px + \frac{\cos \phi_r}{\beta_2} z - t \right)}, \\ u_{z1} &= \frac{i\omega}{\alpha_1} (A_0 - A_1) \cos \theta_i e^{i\omega \left(px + \frac{\cos \theta_i}{\alpha_1} z - t \right)} + \frac{i\omega}{\beta_1} B_1 \sin \phi_r e^{i\omega \left(px - \frac{\cos \phi_r}{\beta_1} z - t \right)}, \\ u_{z2} &= \frac{i\omega}{\alpha_2} A_2 \cos \theta_t e^{i\omega \left(px + \frac{\cos \theta_t}{\alpha_2} z - t \right)} - \frac{i\omega}{\beta_2} B_2 \sin \phi_t e^{i\omega \left(px + \frac{\cos \phi_r}{\beta_2} z - t \right)}. \end{aligned} \quad (4.11)$$

Donde u_{x1} , u_{x2} , u_{z1} y u_{z2} son la componente tangencial en el primer medio, la componente tangencial en el segundo medio, la componente normal en el primer medio y la componente normal en el segundo medio, respectivamente. Con el fin de llegar a las ecuaciones de Zoeppritz como las conocemos, es necesario proponer condiciones de frontera en la ecuación 4.9. Algunas condiciones de frontera están definidas por la tensión y compresión. Por lo tanto, antes de enfocarnos en las condiciones de frontera, es necesario mostrar la relación entre la tensión y compresión del medio. De acuerdo a la geometría mostrada en la figura 4.1

$$\sigma_{ij} = \lambda \Delta \delta_{ij} + 2\mu e_{ij} \quad (4.12)$$

donde σ_{ij} representa tensión, e_{ij} representa compresión y Δ es la dilatación, la cual es la suma de los componentes normales. Los índices ij se refieren a las diferentes combinaciones de las direcciones de x , y y z , las constantes λ y μ son los parámetros de Lamé. Las siguientes condiciones de frontera sostienen que $z = 0$.

Primera condición de frontera: El desplazamiento tangencial es continuo a través de la interfaz de los medios,

$$u_{x1} = u_{x2} \quad (4.13)$$

Utilizando la primera y segunda ecuación de la ecuación 4.11 y teniendo que $z = 0$, podemos igualarlas de la siguiente forma

$$\frac{\omega}{\alpha_1} A_0 \cos \theta_i - \frac{\omega}{\alpha_1} A_1 \cos \theta_i + \frac{\omega}{\beta_1} B_1 \sin \phi_r = \frac{\omega}{\alpha_2} A_2 \cos \theta_t - \frac{\omega}{\beta_2} B_2 \sin \phi_t. \quad (4.14)$$

Segunda condición de frontera: El desplazamiento normal es continuo a través de la interfaz de los dos medios,

$$u_{z1} = u_{z2} \quad (4.15)$$

Utilizando la tercera y cuarta ecuación de la ecuación 4.11 y teniendo que $z = 0$, podemos igualarlas de la siguiente forma

$$\frac{\omega}{\alpha_1} A_0 \sin \theta_i + \frac{\omega}{\alpha_1} A_1 \sin \theta_r + \frac{\omega}{\beta_1} B_1 \cos \phi_r = \frac{\omega}{\alpha_2} A_2 \sin \theta_t + \frac{\omega}{\beta_2} B_2 \cos \phi_t. \quad (4.16)$$

Tercera condición de frontera: La tensión de desplazamiento es continua a través de la interfaz de los dos medios. De acuerdo a la ecuación 4.12, la tensión normal, puede escribirse como

$$\sigma_{zz} = \lambda(e_{xx} + e_{zz}) + 2\mu e_{zz}, \quad (4.17)$$

donde

$$e_{xx} = \frac{\partial u_x}{\partial x}, \quad (4.18)$$

$$e_{zz} = \frac{\partial u_z}{\partial z}.$$

sustituyendo con la ecuación 4.17 tenemos que

$$\sigma_{zz} = (\lambda + 2\mu) \frac{\partial u_z}{\partial z} + \mu \frac{\partial u_x}{\partial x}. \quad (4.19)$$

En este punto, es necesario expresar los parámetros de Lamé en términos de densidad y velocidades de la onda P y onda S, con el fin de expresar el resultado final exclusivamente en términos de densidades y velocidades del medio. Para tal fin, son necesarias las siguientes relaciones conocidas

$$\alpha = \sqrt{\frac{\lambda+2\mu}{\rho}}, \quad (4.20)$$

$$\beta = \sqrt{\frac{\mu}{\rho}}.$$

Por lo tanto

$$\lambda + 2\mu = \rho\alpha^2, \quad (4.21)$$

$$\mu = \rho\beta^2.$$

Usando los despejes obtenidos de estas relaciones en la ecuación 4.19, tenemos que

$$\sigma_{zz} = \rho\alpha^2 \frac{\partial u_z}{\partial z} + \rho\beta^2 \frac{\partial u_x}{\partial x} \quad (4.22)$$

Recordando la tercer condición de frontera

$$(\sigma_{zz})_1 = (\sigma_{zz})_2 \quad (4.23)$$

Y sustituyendo en ella la ecuación 4.22, tenemos que

$$\rho_1\alpha_1^2 \frac{\partial u_{z1}}{\partial z} + \rho_1\beta_1^2 \frac{\partial u_{x1}}{\partial x} = \rho_2\alpha_2^2 \frac{\partial u_{z2}}{\partial z} + \rho_2\beta_2^2 \frac{\partial u_{x2}}{\partial x}. \quad (4.24)$$

Sustituyendo la ecuación 4.11 en la ecuación 4.19 y aplicando diferenciación, tenemos que

$$\begin{aligned} \rho_1\alpha_1 \left(1 - 2\beta_1^2 p^2\right) \frac{\omega}{\alpha_1} A_0 + \rho_1\alpha_1 \left(1 - 2\beta_1^2 p^2\right) \frac{\omega}{\alpha_1} A_1 - 2\rho_1\beta_1^2 p \cos \phi_r \frac{\omega}{\beta_1} B_1 \\ = \rho_2\alpha_2 \left(1 - 2\beta_2^2 p^2\right) \frac{\omega}{\alpha_2} A_2 - 2\rho_2\beta_2^2 p \cos \phi_r \frac{\omega}{\beta_2} B_2 \end{aligned} \quad (4.25)$$

Cuarta condición de frontera: La tension tangencial es continua a travez de la interfaz de los dos medios. De acuerdo a la ecuación 4.12, la de tension tangencial, se puede escribir como

$$\sigma_{xz} = 2\mu e_{xz}. \quad (4.26)$$

Pero e_{xz} puede expresarse como

$$e_{xz} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_z}{\partial x} + \frac{\partial u_x}{\partial z} \right) \quad (4.27)$$

Usando esta expresión y las sustituciones mostradas en la ecuación 4.21 en la ecuación 4.26, la condición de frontera se puede expresar como

$$\rho_1 \beta_1^2 \left(\frac{\partial u_{z1}}{\partial x} + \frac{\partial u_{x1}}{\partial z} \right) = \rho_2 \beta_2^2 \left(\frac{\partial u_{z2}}{\partial x} + \frac{\partial u_{x2}}{\partial z} \right). \quad (4.28)$$

Usando la ecuación 4.11 en la ecuación 4.28 y aplicando diferenciación, tenemos que

$$\begin{aligned} 2\rho_1 \beta_1^2 p \cos \theta_i \frac{\omega}{\alpha_1} A_0 - 2\rho_1 \beta_1^2 p \cos \theta_i \frac{\omega}{\alpha_1} A_1 - \rho_1 \beta_1 (1 - 2\beta_1^2 p^2) \frac{\omega}{\beta_1} B_1 \\ = \rho_2 \beta_2^2 p \cos \phi_t \frac{\omega}{\beta_2} A_2 + \rho_2 \beta_2 (1 - 2\beta_2^2 p^2) \frac{\omega}{\alpha_2} B_2. \end{aligned} \quad (4.29)$$

Las ecuaciones 4.14, 4.16, 4.25 y 4.29, son el resultado después de aplicar las condiciones de frontera. Pero estas están expresadas en términos del potencial de amplitud. Como los coeficientes de reflexión y transmisión están definidos como la relación entre el desplazamiento y la amplitud, las cuatro ecuaciones pueden reescribirse como

$$\begin{aligned} -\alpha_1 p R_{pp} - \cos \phi_r R_{ps} + \alpha_2 p T_{pp} + \cos \phi_t T_{ps} &= \alpha p, \\ \cos \theta_i R_{pp} - \beta_1 p R_{ps} + \cos \theta_t T_{pp} - \beta_2 p T_{ps} &= \cos \theta_i, \\ -\rho_1 \alpha_1 (1 - 2\beta_1^2 p^2) R_{pp} - 2\rho_1 \beta_1^2 p \cos \phi_r R_{ps} + \rho_2 \alpha_2 (1 - 2\beta_2^2 p^2) T_{pp} \\ - 2\rho_2 \beta_2^2 p \cos \phi_t T_{ps} &= \rho_1 \alpha_1 (1 - 2\beta_1^2 p^2), \\ 2\rho_1 \beta_1^2 p \cos \theta_i R_{pp} + \rho_1 \beta_1 (1 - 2\beta_1^2 p^2) R_{ps} + \rho_2 \beta_2^2 p \cos \phi_t T_{pp} \\ + \rho_2 \beta_2 (1 - 2\beta_2^2 p^2) T_{ps} &= 2\rho_1 \beta_1^2 p \cos \theta_i. \end{aligned} \quad (4.30)$$

Donde

$$R_{pp} = \frac{A_1}{A_0}, R_{ps} = \frac{\alpha_1 B_1}{\beta_1 A_0}, T_{pp} = \frac{\alpha_1 A_2}{\alpha_2 A_0}, T_{ps} = \frac{\alpha_1 B_2}{\beta_2 A_0} \quad (4.31)$$

Son los coeficientes de reflexión y transmisión. La forma común de expresar las Ecuaciones de Zoeppritz es en su forma matricial. En forma de matriz, la ecuación 4.30 toma la siguiente forma, que ya habíamos presentado al principio de esta sección

$$MX = Y \quad (4.32)$$

Donde

$$M = \begin{pmatrix} -\alpha_1 p & -\cos \phi_r & \alpha_2 p & \cos \phi_t \\ \cos \theta_i & -\beta_1 p & \cos \theta_t & -\beta_2 p \\ -\rho_1 \alpha_1 (1 - 2\beta_1^2 p^2) & -2\rho_1 \beta_1^2 p \cos \phi_r & \rho_2 \alpha_2 (1 - 2\beta_2^2 p^2) & -2\rho_2 \beta_2^2 p \cos \phi_t \\ 2\rho_1 \beta_1^2 p \cos \theta_i & \rho_1 \beta_1 (1 - 2\beta_1^2 p^2) & \rho_2 \beta_2^2 p \cos \phi_t & \rho_2 \beta_2 (1 - 2\beta_2^2 p^2) \end{pmatrix} \quad (4.33)$$

$$X = \begin{pmatrix} R_{pp} \\ R_{ps} \\ T_{pp} \\ T_{ps} \end{pmatrix}, \quad Y = \begin{pmatrix} \alpha p \\ \cos \theta_i \\ \rho_1 \alpha_1 (1 - 2\beta_1^2 p^2) \\ 2\rho_1 \beta_1^2 p \cos \theta_i \end{pmatrix} \quad (4.34)$$

El resultado de las ecuaciones, está dado para el caso específico de una onda P que incide y es dividida en cuatro amplitudes representadas por una onda P y una onda S reflejadas y una onda P y una onda S transmitidas.

4.2. Aproximaciones a las Ecuaciones de Zoeppritz

Las ecuaciones de Zoeppritz describen cuatro casos para frentes de onda y a su vez cada uno de estos casos muestra las amplitudes de cuatro fases que son función del ángulo de incidencia θ_i , como se mostró en la figura 4.2.

Los rayos convertidos pueden alcanzar una magnitud significativa para ángulos de incidencia altos. Sin embargo, estos rayos sólo tienen un interés menor en la prospección sísmica y no se van a considerar.

A su vez la onda P reflejada es quien contiene la información de los primeros arribos, los cuales son fundamentales en estudios sísmicos, es por ello la importancia de las aproximaciones a las ecuaciones de Zoeppritz las cuales permiten el estudio de este parámetro en particular.

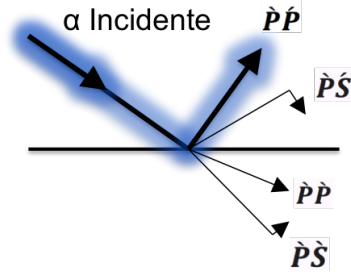


Figura 4.4: Notación para la partición de una onda P incidente que entra en contacto con una interfaz de dos medios con diferentes propiedades, resaltando la onda P reflejada (Rpp) ([Aki and Richards, 2002](#)).

En forma general estas aproximaciones se pueden expresar mediante la amplitud del coeficiente de reflexión o transmisión en función del ángulo de incidencia y parámetros que dependen de las propiedades físicas de las rocas (velocidades y densidades de los medios). Estas aproximaciones son válidas para ángulos menores al ángulo crítico.

Estas aproximaciones tienen un grado de confiabilidad relacionado con la distancia entre la fuente y receptor y dado que las distancias entre estos en la prospección sísmica, como ya se mencionó antes, es relativamente menor, es por esto que son comúnmente utilizadas como método durante la inversión de datos.

A continuación se muestran las aproximaciones a las ecuaciones de Zoeppritz consideradas para este trabajo.

4.2.1. Aproximación de Bortfeld

Esta aproximación tiene como base los pequeños cambios en los parámetros sísmicos de un medio a otro a través de una interfaz. Bortfeld inicio su aproximación suponiendo una capa de transmisión de espesor finito en la que los parámetros sísmicos cambian continuamente con la profundidad, la respuesta de esta capa a una onda P incidente se calcula en términos del orden de los múltiples diferenciales internos ([Bortfeld, 1961](#)).

$$R(\theta_i) \cong \frac{1}{2} \ln \left(\frac{\alpha_2 \rho_2 \cos \theta_i}{\alpha_1 \rho_1 \cos \theta_t} \right) + \frac{\sin^2 \theta_i}{\alpha_1^2} (\beta_1^2 - \beta_2^2) \left[2 + \frac{\ln \frac{\rho_2}{\rho_1}}{\ln \frac{\alpha_2}{\alpha_1} - \ln \frac{\alpha_2 \beta_1}{\alpha_1 \beta_2}} \right] \quad (4.35)$$

4.2.2. Aproximación de Aki y Richards

Ali y Richards definen las relaciones $\delta\alpha/\alpha$, $\delta\beta/\beta$ y $\delta\rho/\rho$ y los sustituyó en las ecuaciones exactas para obtener una aproximación del coeficiente de reflexion ([Aki and Richards, 2002](#)).

$$R(\theta_i) \cong \frac{1}{2} [1 - 4\gamma^2 \sin^2 \theta] \frac{\delta\rho}{\rho} + \frac{\sec^2 \theta}{2} \frac{\delta\alpha}{\alpha} - 4\gamma^2 \sin^2 \theta \frac{\delta\beta}{\beta} \quad (4.36)$$

Donde

$$\delta\alpha = \alpha_2 - \alpha_1, \quad \delta\beta = \beta_2 - \beta_1, \quad \delta\rho = \rho_2 - \rho_1 \quad (4.37)$$

$$\alpha = \frac{1}{2} (\alpha_2 + \alpha_1), \quad \beta = \frac{1}{2} (\beta_2 + \beta_1), \quad \rho = \frac{1}{2} (\rho_2 + \rho_1) \quad (4.38)$$

$$\theta = \frac{1}{2} (\theta_i + \theta_t), \quad \gamma = \frac{\beta}{\alpha} \quad (4.39)$$

4.2.3. Aproximación de Hilterman

Esta aproximación es una modificación de la aproximación de Bortfeld (sección [4.2.1](#)) y utiliza los mismos supuestos ([Hilterman, 1983](#)).

$$R(\theta_i) \cong \frac{\alpha_2 \rho_2 \cos \theta_i - \alpha_1 \rho_1 \cos \theta_t}{\alpha_2 \rho_2 \cos \theta_i + \alpha_1 \rho_1 \cos \theta_t} + \left(\frac{\sin \theta_i}{\alpha_1} \right)^2 (\beta_1 + \beta_2) \left[3(\beta_1 - \beta_2) + \frac{2(\beta_2 \rho_1 - \beta_1 \rho_2)}{\rho_2 + \rho_1} \right] \quad (4.40)$$

4.2.4. Aproximación de Shuey

La aproximación de Shuey es una modificación de la aproximación de Aki y Richards (sección [4.2.2](#)), en la cual la media y el diferencial de las velocidades de la onda S fueron remplazadas por la media y el diferencial de la razón de Poisson, usando la

relación de Poisson ([Shuey, 1985](#)).

$$R(\theta_i) \cong R_0 + \left(A_0 R_0 + \frac{\delta\sigma}{(1-\sigma)^2} \right) \sin^2 \theta + \frac{1}{2} \frac{\delta\alpha}{\alpha} (\tan^2 \theta - \sin^2 \theta) \quad (4.41)$$

Donde $\sigma, \delta\sigma, R_0$ y A_0 son

$$\sigma = \frac{1}{2} (\sigma_1 + \sigma_2), \quad \delta\sigma = \sigma_2 - \sigma_1, \quad \sigma = \left(\frac{\frac{1}{2}\alpha^2 - \beta^2}{\alpha^2 - \beta^2} \right) \quad (4.42)$$

$$R_0 = \frac{1}{2} \left(\frac{\delta\alpha}{\alpha} + \frac{\delta\rho}{\rho} \right), \quad \theta = \frac{1}{2} (\theta_t + \theta_i) \quad (4.43)$$

$$A_0 = \frac{\frac{\delta\alpha}{\alpha}}{\frac{\delta\alpha}{\alpha} + \frac{\delta\rho}{\rho}} - 2 \left(1 + \frac{\frac{\delta\alpha}{\alpha}}{\frac{\delta\alpha}{\alpha} + \frac{\delta\rho}{\rho}} \right) \frac{1 - 2\sigma}{1 - \sigma} \quad (4.44)$$

4.2.5. Aproximación de Lörtzer

Esta aproximación es también conocida como *Aproximación polinomial trigonométrica de tres términos* y pertenece a las más simples aproximaciones a las ecuaciones de Zoeppritz. Su desarrollo fue ideado en base a la inversion lineal de curvas de AVO para interpretación sísmica. Asumiendo pequeños contrastes en los parámetros sísmicos, con el fin de moderar los ángulos de incidencia, las curvas de reflexion de AVO pueden aproximarse por polinomios trigonométricos con coeficientes lineales. Los coeficientes lineales corresponden a la combinación de varios parámetros sísmicos ([Lortzer et al., 1988](#)).

$$R(\theta_i) \cong a + b \sin^2 \theta_i + c \tan^2 \theta_i \quad (4.45)$$

Donde a, b y c son

$$a = R(0) = \frac{1}{2} \left(\frac{\delta\rho}{\rho} + \frac{\delta\alpha}{\alpha} \right) \quad (4.46)$$

$$b = -\frac{\beta^2}{\alpha^2} \left(4 \frac{\delta\beta}{\beta} + \frac{1}{2} \frac{\delta\alpha}{\alpha} \right) \quad (4.47)$$

$$c = \frac{1}{2} \frac{\delta\alpha}{\alpha} \quad (4.48)$$

4.2.6. Aproximación de Lin

Esta aproximación es también conocida como *Aproximación polinomial trigonométrica de dos términos* y, al igual que la aproximación de Lörtzer (sección 4.2.5), pertenece a las más simples aproximaciones a las ecuaciones de Zoeppritz. Los fundamentos para la deducción de estas dos aproximaciones son básicamente los mismos (Lin, 1989).

$$R(\theta_i) = a + b \sin^2 \theta_i \quad (4.49)$$

Donde a y b son

$$a = R(0) = \frac{\alpha_2 \rho_2 - \alpha_1 \rho_1}{\alpha_2 \rho_2 + \alpha_1 \rho_1} \quad (4.50)$$

$$b = \frac{1}{2} \frac{\delta\alpha}{\alpha} - 2 \frac{\beta^2}{\alpha^2} - 4 \frac{\beta^2}{\alpha^2} \frac{\delta\beta}{\beta} \quad (4.51)$$

Capítulo 5

Heurísticas

Las heurísticas son un método de búsqueda que, se puede decir, no está tan formalizado como el método científico, ya que este tiene ciertas libertades en su forma de buscar una solución a uno o varios problemas. Sin embargo, obedecen a un método de búsqueda según la forma en que estas se hayan planteado y el problema al que se estén aplicando.

La palabra heurística proviene del griego *euriskein*, al igual que la famosa palabra **eureka** y quiere decir encontrar. En optimización la palabra heurística se usa para caracterizar a las técnicas por las cuales se encuentra o se mejora la solución de un problema tratable. Se utilizan algoritmos heurísticos para obtener "buenas soluciones" (soluciones óptimas, o cercanas a la óptima global) de problemas cuyos algoritmos exactos no son factibles en tiempos polinomiales como, por ejemplo, el problema del agente viajero ([Cobos et al., 2010](#)).

Derivado de estos puntos importantes es que proviene el concepto de **Razonamiento heurístico**. El *razonamiento heurístico* es un tipo de razonamiento el cual se puede decir que se clasifica como un razonamiento no definitivo y riguroso, sino simplemente como provisional y aceptable, y cuyo objetivo en general es el de descubrir una solución al problema propuesto.

Este razonamiento no llega a una respuesta de forma directa, sino después de haber obtenido una solución completa. Sin embargo, es común el tomar una respuesta provisional o aproximada como correcta para la resolución del problema, ya que si esta cumple con los estándares mínimos requeridos la podemos considerar como una buena

hipótesis.

En casos generales, de la aplicación de este razonamiento se necesita lo provisorio antes de lograr lo definitivo, aunque esto depende siempre de la inducción y analogía que le precedan. El *razonamiento heurístico* es bueno por si mismo; lo que es malo es asociarlo con una demostración rigurosa; lo que es peor, es presentarlo como una demostración rigurosa (Polya, 1984).

Uno de los aspectos más importantes para calificar la eficiencia de un algoritmo es el tiempo que este tarda en su ejecución. Es decir, cual es el tiempo de computo que tiene como costo el algoritmo realizado. Es fundamental que el algoritmo tenga la capacidad de proporcionar soluciones con un buen nivel de aproximación o también conocidas como **"buenas respuestas"**, las cuales se definen de forma particular a partir del grado de certeza que se busque en el tipo de estudio.

Una heurística no es más que un algoritmo que tiene como finalidad el satisfacer al menos uno de estos dos aspectos, preferiblemente ambos. Muchos algoritmos que utilizan lo que se conoce como inteligencia artificial, son heurísticos por la naturaleza de su estructura o usan reglas heurísticas durante su planteamiento y/o formación.

Uno de los aspectos principales en el desarrollo de una heurística, depende en gran parte del desarrollador o desarrolladores, ya que la eficacia está directamente ligada a la forma en que el problema se plantea. Es claro que es necesario tener cierto conocimiento sobre programación y el problema al que se aplicará dicha heurística; sin embargo, para la generación de este tipo de algoritmos es de suma importancia la creatividad, ya que la formulación de la búsqueda es crucial para los dos aspectos que una heurística debe cumplir.

Las heurísticas de búsqueda se han presentado a lo largo de la historia, incluso cada uno de nosotros las utiliza día a día para resolver aspectos en nuestra vida cotidiana. Esto quiere decir que aunque no lo vemos, nuestro pensamiento siempre busca una solución para cualquier problema o contratiempo en el que nos encontremos envueltos. Un dato curioso e importante es que estos problemas generalmente se resuelven con los conceptos

e ideas más básicas (al igual que lo hace la naturaleza) las cuales generalmente funcionan.

5.1. Método de Monte Carlo

El método de Monte Carlo es un método estocástico, esto quiere decir que su comportamiento es no determinista numérico. Está compuesto por una serie de pasos o acciones predecibles, en las cuales se basa la estructura del mismo, y por elementos aleatorios que pueden ser generados con ayuda de distintos métodos y basados en diferentes distribuciones probabilísticas.

Cualquier método que utilice generadores aleatorios a cualquier escala o en cualquier parte de su estructura es llamado *Monte Carlo*, en homenaje al famoso casino; esto debido a que la idea del método surgió a partir de la observación de los juegos de azar, haciendo pruebas múltiples con las cartas y contando las proporciones de los resultados que computan todas las posibilidades de combinación formalmente.

El método Monte Carlo se ha aplicado en las matemáticas y física para la resolución de problemas cuyas expresiones son generalmente complejas o difíciles de evaluar con exactitud y es esta una de las razones por las cuales este método es una herramienta muy útil para la inversión, ya que puede resolver problemas de relativo gran tamaño y de forma totalmente no lineal sin la necesidad de realizar linealizaciones ([Tarantola, 1987](#)).

5.1.1. Metaheurísticas

Las *metaheurísticas* son heurísticas que se utilizan para resolver problemas computacionales, cuyas bases o pseudocódigos se basan en procesos físicos y/o biológicos; es decir que representan una especie de metáfora aplicada al problema a resolver, la cual se adapta al tipo de problemas o problema en específico según la complejidad o necesidades en específico que este requiera.

Uno de los puntos que ha dado importancia al estudio de este método es que generalmente se aplican a problemas que no tienen un algoritmo o heurística específica que encuentre una solución considerada como satisfactoria; o bien cuando no es posible

implementar ese método óptimo. La mayoría de las metaheurísticas tienen como objetivo los problema de optimización, es por ello que una buena forma de resolver problemas por medio de éstas es la de proponer la o las ecuaciones como un problema de optimización previo a la aplicación de las mismas.

Existen una infinidad de metaheurísticas propuestas hasta ahora; sin embargo algunas se han vuelto más populares que otras ya sea en ramas en específico como son la computación, la geofísica y los procesos industriales, como en la ciencia en general. A continuación se presenta una lista que contiene algunas metaheurísticas que se han usado desde ya algún tiempo y en la actualidad:

- ⊗ Recocido simulado (Simulated Annealing).
- ⊗ Optimización basada en colonias de hormigas.
- ⊗ Algoritmos evolutivos.
 - Algoritmos genéticos.
 - Programación evolutiva.
 - Estrategias evolutivas.
- ⊗ Optimización fractal.
- ⊗ Optimización basada de el vuelo de las aves.
- ⊗ Algoritmos de enjambre.
- ⊗ Caminatas aleatorias.
- ⊗ Redes neuronales.
- ⊗ Búsqueda tabú.
- ⊗ GRASP - (Greedy Randomized Adaptive Search Procedure)

5.1.2. Algoritmos Evolutivos

Los algoritmos evolutivos constituyen una técnica general de resolución de problemas de búsqueda y optimización, la cual se forma por un conjunto de algoritmos basados en



Figura 5.1: Pseudo código base en los algoritmos evolutivos.

el proceso que envuelve a la teoría de evolución de las especies, propuesta por Charles Darwin y cuyo pseudocódigo base se muestra en la figura 5.1.

Existen diferentes tipos de algoritmos evolutivos, los cuales se conocen como *algoritmos genéticos*, *programación evolutiva* y *estrategias evolutivas* o *programación genética*. La diferencia entre estos algoritmos puede estar definida en las presentaciones o formas de codificación, esquemas de selección y operadores de búsqueda (Cobos et al., 2010).

Dos de las características que se consideran fundamentales para distinguir a estos algoritmos de otros algoritmos computacionales que no están basados en esta teoría son:

- Se basan en una población inicial, la cual presenta un conjunto de soluciones propuestas para el problema planteado.
- Existe comunicación e intercambio de información entre los individuos de la población.

Los mecanismos de creación de nuevos individuos a lo largo del proceso evolutivo aportan a estos algoritmos una de sus propiedades fundamentales: su capacidad de acceder a cualquier región del espacio de búsqueda del problema. Sin embargo, este mecanismo no conlleva a que el algoritmo pierda su capacidad de búsqueda aleatoria, ya que sólo induce un sesgo hacia las regiones más prometedoras (Araujo and Cervigón, 2009).

Los **algoritmos evolutivos**, en general, pertenecen a las heurísticas y por tanto, como ya se mencionó con anterioridad, no garantizan una solución exacta al problema planteado, sino una aproximación cuya calidad dependerá de los recursos dedicados a la búsqueda, es decir, tiempo y memoria. Además del diseño adecuado de los componentes

del algoritmo.

De acuerdo con la teoría de Darwin, la evolución de las especies se debe al principio de *selección natural* que favorece la supervivencia y multiplicación de aquellas especies que están mejor adaptadas a las condiciones de su entorno. Otro elemento que Darwin señaló como relevante para la evolución son las *mutaciones*, o pequeñas variaciones que introducen diferencias en las características físicas y aspectos heredados de padres a hijos.

El mecanismo que realiza la selección es la producción de descendencia; mientras hay abundancia de recursos, la población crece exponencialmente. Este proceso simula diferentes procesos en el entorno, en las que solamente los individuos mejor adaptados al medio son los que tienen la mayor probabilidad de sobrevivir y dejar descendencia ([Araujo and Cervigón, 2009](#)).

5.1.3. Estrategias Evolutivas

Las estrategias evolutivas pertenecen a una rama de los algoritmos evolutivos, ya que cumplen con sus características fundamentales. Estas fueron desarrolladas en la década de 1960 en Alemania por Biernat, Rechenberg, y Schwefel, para atacar el problema de encontrar la forma óptima de cuerpos sometidos al viento, el cual es un problema de optimización numérica ([Cobos et al., 2010](#)).

Es importante mencionar que las diferencias principales entre las estrategias evolutivas y los algoritmos genéticos se presentan durante su aplicación ya que las estrategias evolutivas usan vectores con números reales en lugar de la codificación inicial de estos a valores binarios. Además de que estas involucran la selección y mutación pero no cruzamiento.

Capítulo 6

Metodología

Una vez contemplados los principios básicos (Sección 2.1), principios de Fermat, Huygens y la Ley de Snell, los comportamientos y características de las ondas de cuerpo (Sección 2.3.1), así como el objetivo de las heurísticas, y en el caso en específico de la programación evolutiva (Sección 5.1.2), podemos comenzar a desarrollar la metodología necesaria para encontrar las funciones objetivo, las cuales posteriormente invertiremos, la cual es la metaheurística utilizada para resolver el problema planteado en este trabajo.

Algunos fundamentos antes mencionado como son el principio de Fermat y la Ley de Snell, provienen de la óptica geométrica y son utilizadas en áreas de la geofísica como la sismología, la prospección sísmica y la prospección eléctrica. Por otro lado, las ecuaciones de Zoeppritz (Capítulo 4) son generadas a partir del estudio de las propiedades elásticas para medios continuos.

Hablando sobre el principio de Fermat el cual trata sobre una trayectoria mínima en el camino de la luz en un tiempo mínimo, es necesario recordar que en la geofísica, como en muchas otras ciencias, se han utilizado y adaptado ecuaciones con el fin representar, estudiar y tratar de comprender el comportamiento de ciertos fenómenos físicos.

A continuación transformaremos las ecuaciones de Zoeppritz y sus aproximaciones, convirtiendo éstas del dominio del ángulo de incidencia (θ_i) al dominio de la distancia (x), la cual está relacionada con la velocidad y el tiempo, siendo este último un mínimo, usando como referencia el principio de Fermat y la Ley de Snell aplicadas a la exploración sísmica, todo esto con ayuda del modelo geométrico previamente presentado (Figura 4.1), el cual volveremos a mostrar a continuación.

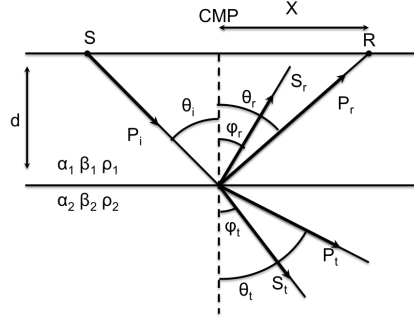


Figura 6.1: Representación de un CMP, modelo geométrico utilizado para la transformación de las ecuaciones de Zoeppritz y sus aproximaciones, del dominio del ángulo de incidencia (θ_i) al dominio de la distancia(x) (Mustafa, 1990).

6.1. Cambio de dominio de la Ecuaciones de Zoeppritz y sus aproximaciones

A pesar de que en el presente trabajo no se invertirán las ecuaciones de Zoeppritz, sino sus aproximaciones, cambiar el dominio de estas ecuaciones originales resulta un buen ejercicio para entender el álgebra y la geometría que envuelven a estas transformaciones, posteriormente se convertirán las 6 aproximaciones previamente mostradas en la sección 4.2.

6.1.1. Conversión de las ecuaciones de Zoeppritz del dominio del ángulo de incidencia (θ_i) a la distancia (x)

En esta conversión sólo se consideran los cuatro casos para los cuales una onda P incide en la interfaz entre dos medios, con propiedades físicas distintas, es decir, que se convierte en cuatro rayos con amplitudes diferentes, representados con los coeficientes R_{pp} , R_{ps} , T_{pp} y T_{ps} .

$$\begin{bmatrix} \sin \theta_i & \cos \phi_r & \sin \theta_t & \cos \phi_t \\ -\cos \theta_i & \sin \phi_r & -\cos \theta_t & -\sin \phi_t \\ \sin 2\theta_i & \frac{\alpha_1}{\beta_1} \cos 2\phi_r & \frac{\rho_1 \beta_1^2 \alpha_2}{\rho_2 \beta_2^2 \alpha_1} \sin 2\theta_i & -\frac{\rho_2 \beta_2}{\alpha_1 \rho_1 \beta_1^2} \cos 2\phi_r \\ \cos 2\phi_r & -\frac{\beta_1}{\alpha_1} \sin 2\phi_r & -\frac{\rho_2 \alpha_2}{\rho_1 \alpha_1} \cos 2\phi_r & -\frac{\rho_2 \alpha_2}{\rho_1 \alpha_1} \sin 2\phi_r \end{bmatrix} \begin{bmatrix} R_p \\ R_s \\ T_p \\ T_s \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\sin \theta_i \\ -\cos \phi_r \\ \sin 2\theta_i \\ -\cos 2\phi_r \end{bmatrix} \quad (6.1)$$

Es importante introducir el termino de parámetro de rayo, el cual esta dado por la relación $a = \frac{\sin \theta_i}{\alpha_1}$ y con el cual, utilizando los principios de la Ley de Snell, relacionamos

los cuatro ángulos presentados en la ecuación anterior, los cuales son: $\theta_i, \theta_r, \phi_i$ y ϕ_r , por medio de la siguiente ecuación.

$$\frac{\sin \theta_i}{\alpha_1} = \frac{\sin \theta_r}{\alpha_1} = \frac{\sin \theta_t}{\alpha_2} = \frac{\sin \phi_r}{\beta_1} = \frac{\sin \phi_t}{\beta_2} \quad (6.2)$$

Si tomamos las matrices anteriores referidas a el modelo

$$ax = b \quad (6.3)$$

Podemos representar los términos de la primera matriz como elementos de a , la segunda como las incógnitas dadas por los coeficientes de reflexión y los de la tercera como elementos de b , quedando representada de forma general como

$$\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & a_{14} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & a_{24} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & a_{34} \\ a_{41} & a_{42} & a_{43} & a_{44} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} R_p \\ R_s \\ T_p \\ T_s \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \\ b_4 \end{bmatrix} \quad (6.4)$$

Usando el modelo geométrico (Figura 4.1) y con ayuda de algunas funciones e identidades trigonométricas, por ejemplo $\sin^2 \theta + \cos^2 \theta = 1$ y $2 \sin \theta \cos \theta = \sin 2\theta$, además del factor agregado por las equivalencias en los ángulos mostrados en la ecuación 6.2, podemos deducir las siguientes igualdades, para las ecuaciones de Zoeppritz.

Tabla 6.1: Equivalencias para cada uno de los elementos de la matriz a

$a_{11} = \frac{x}{\sqrt{x^2 + d^2}}$	$a_{12} = \left(1 - \frac{\beta_1^2}{\alpha_1^2} \frac{x^2}{(x^2 + d^2)}\right)^{\frac{1}{2}}$	$a_{13} = \frac{\alpha_2}{\alpha_1} \frac{x}{\sqrt{x^2 + d^2}}$	$a_{14} = \left(1 - \frac{\beta_2^2}{\alpha_1^2} \frac{x^2}{(x^2 + d^2)}\right)^{\frac{1}{2}}$
$a_{21} = -\left(1 - \frac{x^2}{(x^2 + d^2)}\right)^{\frac{1}{2}}$	$a_{22} = \frac{\beta_1}{\alpha_1} \frac{x}{\sqrt{x^2 + d^2}}$	$a_{23} = -\left(1 - \frac{\alpha_2^2}{\alpha_1^2} \frac{x^2}{(x^2 + d^2)}\right)^{\frac{1}{2}}$	$a_{24} = -\frac{\beta_2}{\alpha_1} \frac{x}{\sqrt{x^2 + d^2}}$
$a_{31} = 2 \frac{x}{\sqrt{x^2 + d^2}} \left(1 - \frac{x^2}{(x^2 + d^2)}\right)^{\frac{1}{2}}$	$a_{32} = \frac{\alpha_1}{\beta_1} \left(1 - 2 \frac{\beta_1^2}{\alpha_1^2} \frac{x^2}{(x^2 + d^2)}\right)$	$a_{33} = 2 \frac{\rho_1 \beta_1^2 \alpha_2}{\rho_2 \beta_2^2 \alpha_1} \frac{x}{\sqrt{x^2 + d^2}} \left(1 - \frac{x^2}{(x^2 + d^2)}\right)^{\frac{1}{2}}$	$a_{34} = -\frac{\rho_2 \alpha_2}{\alpha_1 \rho_1 \beta_1^2} \left(1 - 2 \frac{\beta_1^2}{\alpha_1^2} \frac{x^2}{(x^2 + d^2)}\right)$
$a_{41} = 1 - 2 \frac{\beta_1^2}{\alpha_1^2} \frac{x^2}{(x^2 + d^2)}$	$a_{42} = -2 \frac{\beta_1}{\alpha_1} \frac{\beta_1}{\alpha_1} \frac{x}{\sqrt{x^2 + d^2}} \left(1 - \frac{\beta_1^2}{\alpha_1^2} \frac{x^2}{(x^2 + d^2)}\right)^{\frac{1}{2}}$	$a_{43} = -\frac{\rho_2 \alpha_2}{\rho_1 \alpha_1} \left(1 - 2 \frac{\beta_1^2}{\alpha_1^2} \frac{x^2}{(x^2 + d^2)}\right)$	$a_{44} = -2 \frac{\rho_2 \alpha_2}{\rho_1 \alpha_1} \frac{x}{\sqrt{x^2 + d^2}} \left(1 - \frac{\beta_1^2}{\alpha_1^2} \frac{x^2}{(x^2 + d^2)}\right)^{\frac{1}{2}}$

Tabla 6.2: Equivalencias para cada uno de los elementos de la matriz b

$$\begin{aligned} b_{11} &= -\frac{x}{\sqrt{x^2 + d^2}} \\ b_{21} &= -\left(1 - \frac{\beta_1^2}{\alpha_1^2} \frac{x^2}{(x^2 + d^2)}\right)^{\frac{1}{2}} \\ b_{31} &= 2\frac{x}{\sqrt{x^2 + d^2}} \left(1 - \frac{x^2}{(x^2 + d^2)}\right)^{\frac{1}{2}} \\ b_{41} &= -1 - 2\frac{\beta_1^2}{\alpha_1^2} \frac{x^2}{(x^2 + d^2)} \end{aligned}$$

6.1.2. Conversión de las aproximaciones a las ecuaciones de Zoeppritz del dominio del ángulo de incidencia (θ_i) a la distancia (x)

Una vez comprendida y realizada la transformación de las ecuaciones de Zoeppritz, podemos pasar a transformar cada una de sus aproximaciones, basadas en el mismo modelo geométrico antes mencionado. Una vez realizada la transformación, podemos sustituir las ecuaciones obtenidas en el modelo de inversión que se muestra a continuación, el cual será utilizado en el algoritmo con el fin de resolver el problema planteado.

$$s(k) = \sum_{k=1}^n |P_{obs} - P_{cal}| \quad (6.5)$$

Al sustituir las ecuaciones obtenidas en la ecuación 6.5, hasta encontrar parámetros, cuya suma para cada punto en específico, se aproxime a cero, es como se seleccionaran los mejores modelos de inversión, previos a la clasificación y evaluación de estos por otros métodos que se mencionaran más adelante.

6.1.3. Conversión de la aproximación de Bortfeld

La aproximación de Bortfeld, mencionada en la sección 4.2.1, está dada por la ecuación 6.6, la cual depende del ángulo de incidencia

$$R(\theta_i) \cong \frac{1}{2} \ln \left(\frac{\alpha_2 \rho_2 \cos \theta_i}{\alpha_1 \rho_1 \cos \theta_t} \right) + \frac{\sin^2 \theta_i}{\alpha_1^2} (\beta_1^2 - \beta_2^2) \left[2 + \frac{\ln \frac{\rho_2}{\rho_1}}{\ln \frac{\alpha_2}{\alpha_1} - \ln \frac{\alpha_2 \beta_1}{\alpha_1 \beta_2}} \right] \quad (6.6)$$

A partir del modelo geométrico mostrado en la figura 4.1, podemos obtener una interpretación del ángulo de incidencia a partir de la distancia entre la fuente y reflector y la profundidad en que la onda se refleja, la cual está dada por la ecuación 6.8

$$\text{sen } \theta_i = \frac{x}{\sqrt{x^2 + d^2}} \quad (6.7)$$

por lo tanto

$$\theta_i = \text{sen}^{-1} \frac{x}{\sqrt{x^2 + d^2}} \quad (6.8)$$

Sustituyendo en la ecuación 6.6, tenemos

$$R(\theta_i) \cong \frac{1}{2} \ln \left(\frac{\alpha_2 \rho_2 \cos \left(\text{sen}^{-1} \frac{x}{\sqrt{x^2 + d^2}} \right)}{\alpha_1 \rho_1 \cos \left(\text{sen}^{-1} \frac{\alpha_2}{\alpha_1} \frac{x}{\sqrt{x^2 + d^2}} \right)} \right) + \frac{x^2}{\alpha_1^2 (x^2 + d^2)} (\beta_1^2 - \beta_2^2) \left[2 + \frac{\ln \frac{\rho_2}{\rho_1}}{\ln \frac{\beta_1}{\beta_2}} \right] \quad (6.9)$$

Una vez obtenida la ecuación y sustituyendo en la ecuación 6.5, tenemos

$$s(k) = \sum_{k=1}^n \left| P_{obs} - \frac{1}{2} \ln \left(\frac{\alpha_2 \rho_2 \cos \left(\text{sen}^{-1} \frac{x}{\sqrt{x^2 + d^2}} \right)}{\alpha_1 \rho_1 \cos \left(\text{sen}^{-1} \frac{\alpha_2}{\alpha_1} \frac{x}{\sqrt{x^2 + d^2}} \right)} \right) + \frac{x^2}{\alpha_1^2 (x^2 + d^2)} (\beta_1^2 - \beta_2^2) \left[2 + \frac{\ln \frac{\rho_2}{\rho_1}}{\ln \frac{\beta_1}{\beta_2}} \right] \right| \quad (6.10)$$

Obteniendo como resultado la ecuación sobre la cual se propondrán parámetros con el fin de encontrar buenos modelos que correspondan a la inversión.

6.1.4. Conversión de la aproximación de Aki y Richards

La aproximación de Aki y Richards, mencionada en la sección 4.2.2, está dada por la ecuación 6.11, la cual depende del ángulo de incidencia

$$R(x) \cong \frac{1}{2} [1 - 4\gamma^2 \text{sen}^2 \theta] \frac{\delta \rho}{\rho} + \frac{\sec^2 \theta}{2} \frac{\delta \alpha}{\alpha} - 4\gamma^2 \text{sen}^2 \theta \frac{\delta \beta}{\beta} \quad (6.11)$$

Donde

$$\delta \alpha = \alpha_2 - \alpha_1, \quad \delta \beta = \beta_2 - \beta_1, \quad \delta \rho = \rho_2 - \rho_1 \quad (6.12)$$

$$\alpha = \frac{1}{2} (\alpha_2 + \alpha_1), \quad \beta = \frac{1}{2} (\beta_2 + \beta_1), \quad \rho = \frac{1}{2} (\rho_2 + \rho_1) \quad (6.13)$$

$$\theta = \frac{1}{2} (\theta_i + \theta_t), \quad \gamma = \frac{\beta}{\alpha} \quad (6.14)$$

A partir del modelo geométrico mostrado en la figura 4.1, podemos obtener una interpretación del ángulo de incidencia a partir de la distancia entre la fuente y reflector y la profundidad en que la onda se refleja, la cual está dada por la ecuación ecuación 6.16

$$\sin \theta_i = \frac{x}{\sqrt{x^2 + d^2}}, \quad \sin \theta_t = \frac{\alpha_2}{\alpha_1} \frac{x}{\sqrt{x^2 + d^2}} \quad (6.15)$$

por lo tanto

$$\theta_i = \sin^{-1} \frac{x}{\sqrt{x^2 + d^2}}, \quad \theta_t = \sin^{-1} \frac{\alpha_2}{\alpha_1} \frac{x}{\sqrt{x^2 + d^2}} \quad (6.16)$$

Sustituyendo en la ecuación 6.11, tenemos

$$R(x) \cong \left[1 - 4 \frac{x^2}{(x^2 + d^2)} \left(\frac{\beta_2 + \beta_1}{\alpha_2 + \alpha_1} \right)^2 \right] \frac{(\rho_2 - \rho_1)}{(\rho_2 + \rho_1)} + \sec^2 \left(\sin^{-1} \frac{x}{\sqrt{x^2 + d^2}} \right) \frac{(\alpha_2 - \alpha_1)}{(\alpha_2 + \alpha_1)} - 8 \frac{x^2}{(x^2 + d^2)} \frac{\beta_2^2 - \beta_1^2}{(\alpha_2 + \alpha_1)^2} \quad (6.17)$$

Una vez obtenida la ecuación y sustituyendo en la ecuación 6.5, tenemos

$$s(k) = \sum_{k=1}^n \left| P_{obs} - \left[1 - 4 \frac{x^2}{(x^2 + d^2)} \left(\frac{\beta_2 + \beta_1}{\alpha_2 + \alpha_1} \right)^2 \right] \frac{(\rho_2 - \rho_1)}{(\rho_2 + \rho_1)} + \sec^2 \left(\sin^{-1} \frac{x}{\sqrt{x^2 + d^2}} \right) \frac{(\alpha_2 - \alpha_1)}{(\alpha_2 + \alpha_1)} - 8 \frac{x^2}{(x^2 + d^2)} \frac{\beta_2^2 - \beta_1^2}{(\alpha_2 + \alpha_1)^2} \right| \quad (6.18)$$

Obteniendo como resultado la ecuación sobre la cual se propondrán parámetros con el fin de encontrar buenos modelos que correspondan a la inversion.

6.1.5. Conversión de la aproximación de Hiltermann

La aproximación de Hiltermann, mencionada en la sección 4.2.3, está dada por la ecuación 6.19, la cual depende del ángulo de incidencia

$$R(\theta_i) \cong \frac{\alpha_2 \rho_2 \cos \theta_i - \alpha_1 \rho_1 \cos \theta_t}{\alpha_2 \rho_2 \cos \theta_i + \alpha_1 \rho_1 \cos \theta_t} + \left(\frac{\sin \theta_i}{\alpha_1} \right)^2 (\beta_1 + \beta_2) \left[3(\beta_1 - \beta_2) + \frac{2(\beta_2 \rho_1 - \beta_1 \rho_2)}{\rho_2 + \rho_1} \right] \quad (6.19)$$

A partir del modelo geométrico mostrado en la figura 4.1, podemos obtener una interpretación del ángulo de incidencia a partir de la distancia entre la fuente y reflector y la profundidad en que la onda se refleja, la cual esta dada por la ecuación ecuación 6.16 y sustituyendo en la ecuación 6.19, tenemos

$$R(x) \cong \frac{\alpha_2 \rho_2 \cos \left(\sin^{-1} \frac{x}{\sqrt{x^2 + d^2}} \right) - \alpha_1 \rho_1 \cos \left(\sin^{-1} \frac{\alpha_2}{\alpha_1} \frac{x}{\sqrt{x^2 + d^2}} \right)}{\alpha_2 \rho_2 \cos \left(\sin^{-1} \frac{x}{\sqrt{x^2 + d^2}} \right) + \alpha_1 \rho_1 \cos \left(\sin^{-1} \frac{\alpha_2}{\alpha_1} \frac{x}{\sqrt{x^2 + d^2}} \right)} + \frac{x^2 (\beta_1 + \beta_2)}{\alpha_1^2 (x^2 + d^2)} \left[3(\beta_1 - \beta_2) + \frac{2(\beta_2 \rho_1 - \beta_1 \rho_2)}{\rho_2 + \rho_1} \right] \quad (6.20)$$

Una vez obtenida la ecuación y sustituyendo en la ecuación 6.5, tenemos

$$s(k) = \sum_{k=1}^n \left| P_{obs} - \left\{ \frac{\alpha_2 \rho_2 \cos \left(\sin^{-1} \frac{x}{\sqrt{x^2 + d^2}} \right) - \alpha_1 \rho_1 \cos \left(\sin^{-1} \frac{\alpha_2}{\alpha_1} \frac{x}{\sqrt{x^2 + d^2}} \right)}{\alpha_2 \rho_2 \cos \left(\sin^{-1} \frac{x}{\sqrt{x^2 + d^2}} \right) + \alpha_1 \rho_1 \cos \left(\sin^{-1} \frac{\alpha_2}{\alpha_1} \frac{x}{\sqrt{x^2 + d^2}} \right)} + \frac{x^2 (\beta_1 + \beta_2)}{\alpha_1^2 (x^2 + d^2)} \left[3(\beta_1 - \beta_2) + \frac{2(\beta_2 \rho_1 - \beta_1 \rho_2)}{\rho_2 + \rho_1} \right] \right\} \right| \quad (6.21)$$

Obteniendo como resultado la ecuación sobre la cual se propondrán parámetros con el fin de encontrar buenos modelos que correspondan a la inversión.

6.1.6. Conversión de la aproximación de Shuey

La aproximación de Shuey, mencionada en la sección 4.2.4, esta dada por la ecuación 6.22, la cual depende del ángulo de incidencia

$$R(\theta_i) \cong R_0 + \left(A_0 R_0 + \frac{\delta \sigma}{(1 - \sigma)^2} \right) \sin^2 \theta + \frac{1}{2} \frac{\delta \alpha}{\alpha} (\tan^2 \theta - \sin^2 \theta) \quad (6.22)$$

Donde $\sigma, \delta \sigma, R_0$ y A_0 son

$$\sigma = \frac{1}{2} (\sigma_1 + \sigma_2), \quad \delta \sigma = \sigma_2 - \sigma_1, \quad \sigma = \left(\frac{\frac{1}{2} \alpha^2 - \beta^2}{\alpha^2 - \beta^2} \right) \quad (6.23)$$

$$R_0 = \frac{1}{2} \left(\frac{\delta \alpha}{\alpha} + \frac{\delta \rho}{\rho} \right), \quad \theta = \frac{1}{2} (\theta_t + \theta_i) \quad (6.24)$$

$$A_0 = \frac{\frac{\delta \alpha}{\alpha}}{\frac{\delta \alpha}{\alpha} + \frac{\delta \rho}{\rho}} - 2 \left(1 + \frac{\frac{\delta \alpha}{\alpha}}{\frac{\delta \alpha}{\alpha} + \frac{\delta \rho}{\rho}} \right) \frac{1 - 2\sigma}{1 - \sigma} \quad (6.25)$$

A partir del modelo geométrico mostrado en la figura 4.1, podemos obtener una interpretación del ángulo de incidencia a partir de la distancia entre la fuente y reflector y la profundidad en que la onda se refleja, la cual está dada por la ecuación 6.16 y sustituyendo en la ecuación 6.19, tenemos

$$R(\theta_i) \cong R_0 + \frac{x^2}{\alpha_1^2 (x^2 + d^2)} \left(A_0 R_0 + \frac{\delta \sigma}{(1 - \sigma)^2} \right) + \frac{\alpha_2 - \alpha_1}{(\alpha_1 + \alpha_2)} \left[\frac{x^2}{x^2 + d^2} \right]^2 \sec^2 \left(\sin^{-1} \frac{x}{\sqrt{x^2 + d^2}} \right) \quad (6.26)$$

Una vez obtenida la ecuación y sustituyendo en la ecuación 6.5, tenemos

$$s(k) = \sum_{k=1}^n \left| P_{obs} - \left\{ R_0 + \frac{x^2}{\alpha_1^2 (x^2 + d^2)} \left(A_0 R_0 + \frac{\delta \sigma}{(1 - \sigma)^2} \right) + \frac{\alpha_2 - \alpha_1}{(\alpha_1 + \alpha_2)} \left[\frac{x^2}{x^2 + d^2} \right]^2 \sec^2 \left(\sin^{-1} \frac{x}{\sqrt{x^2 + d^2}} \right) \right\} \right| \quad (6.27)$$

Obteniendo como resultado la ecuación sobre la cual se propondrán parámetros con el fin de encontrar buenos modelos que correspondan a la inversión.

6.1.7. Conversión de la aproximación de Lörtzer

La aproximación de Lörtzer, mencionada en la sección 4.2.5, está dada por la ecuación 6.28, la cual depende del ángulo de incidencia

$$R(\theta_i) \cong a + b \sin^2 \theta_i + c \tan^2 \theta_i \quad (6.28)$$

Donde a, b y c son

$$a = R(0) = \frac{1}{2} \left(\frac{\delta \rho}{\rho} + \frac{\delta \alpha}{\alpha} \right) \quad (6.29)$$

$$b = -\frac{\beta^2}{\alpha^2} \left(4 \frac{\delta \beta}{\beta} + \frac{1}{2} \frac{\delta \alpha}{\alpha} \right) \quad (6.30)$$

$$c = \frac{1}{2} \frac{\delta \alpha}{\alpha} \quad (6.31)$$

A partir del modelo geométrico mostrado en la figura 4.1, podemos obtener una interpretación del ángulo de incidencia a partir de la distancia entre la fuente y reflector y la profundidad en que la onda se refleja, la cual está dada por la ecuación 6.16 y sustituyendo en la ecuación 6.28, tenemos

$$R(x) \cong a + b \frac{x^2}{(x^2 + d^2)} + c \frac{x^2}{(x^2 + d^2)} \sec^2 \left(\sin^{-1} \frac{x}{\sqrt{x^2 + d^2}} \right) \quad (6.32)$$

Una vez obtenida la ecuación y sustituyendo en la ecuación 6.5, tenemos

$$s(k) = \sum_{k=1}^n \left| P_{obs} - \left[a + b \frac{x^2}{(x^2 + d^2)} + c \frac{x^2}{(x^2 + d^2)} \sec^2 \left(\sin^{-1} \frac{x}{\sqrt{x^2 + d^2}} \right) \right] \right| \quad (6.33)$$

Obteniendo como resultado la ecuación sobre la cual se propondrán parámetros con el fin de encontrar buenos modelos que correspondan a la inversion.

6.1.8. Conversion de la aproximación de Lin

La aproximación de Lin, mencionada en la sección 4.2.6, está dada por la ecuación 6.34, la cual depende del ángulo de incidencia

$$R(\theta_i) = a + b \sin^2 \theta_i \quad (6.34)$$

Donde a y b son

$$a = R(0) = \frac{\alpha_2 \rho_2 - \alpha_1 \rho_1}{\alpha_2 \rho_2 + \alpha_1 \rho_1} \quad (6.35)$$

$$b = \frac{1}{2} \frac{\delta \alpha}{\alpha} - 2 \frac{\beta^2}{\alpha^2} - 4 \frac{\beta^2}{\alpha^2} \frac{\delta \beta}{\beta} \quad (6.36)$$

A partir del modelo geométrico mostrado en la figura 4.1, podemos obtener una interpretación del ángulo de incidencia a partir de la distancia entre la fuente y reflector y la profundidad en que la onda se refleja, la cual está dada por la ecuación 6.8 y sustituyendo en la ecuación 6.34, tenemos

$$R(x) = a + b \left(\frac{x^2}{x^2 + d^2} \right) \quad (6.37)$$

Una vez obtenida la ecuación y sustituyendo en la ecuación 6.5, tenemos

$$s(k) = \sum_{k=1}^n \left| P_{obs} - \left[a + b \left(\frac{x^2}{x^2 + d^2} \right) \right] \right| \quad (6.38)$$

Obteniendo como resultado la ecuación sobre la cual se propondrán parámetros con el fin de encontrar buenos modelos que correspondan a la inversión.

6.2. Algoritmo

Una vez contemplados conceptos que van desde lo general hasta lo particular, como son: heurística, método Montecarlo y metaheurística, los cuales se mencionaron en el capítulo 5, se emplea el método conocido como **algoritmos evolutivos**; aunque debido a la libre adaptación del algoritmo propuesto, esta podría ser fácilmente clasificada dentro del método de **estrategias evolutivas**, debido a la libertad que éstas tienen dentro de la modificación del método que puede ir desde el pseudocódigo básico, hasta el tipo de mutación existente entre los individuos propuestos, que como ya se mencionó es algo válido y comúnmente realizado en las heurísticas y metaheurísticas.

La realización del algoritmo se fundamentó en tres objetivos principales, los cuales son:

- * Evaluar las aproximaciones a las ecuaciones de Zoeppritz y sus aproximaciones como problema directo.
- * Evaluar las aproximaciones a las ecuaciones de Zoeppritz y sus aproximaciones como problema directo, una vez hecho el cambio en estas.
- * Invertir las aproximaciones a las ecuaciones de Zoeppritz y comparar con sus respectivas evaluaciones.

Una vez realizados estos puntos, desde los resultados obtenidos se discriminan las respuestas obtenidas por medio de diferentes métodos, como son el aplicar condiciones que enmarquen características específicas que diferencien las respuestas posibles y probables de las incorrectas. Además se discutirán con el fin de observar los puntos favorables y desfavorables tanto del método, como de las respuestas obtenidas, ya sea con el fin de calificarlo o mejorarlo, con respecto a puntos como son: la cantidad de respuestas, la exactitud de las mismas, la velocidad en que el algoritmo las encuentra, entre otras más.

En la realización y calibración de estos algoritmos se utilizó la tabla de datos propuestos:

Tabla 6.3: Parametros para modelar curvas de coeficiente de reflexión, tomada de (Mustafa, 1990)

Parámetros	α_1	β_1	ρ_1	α_2	β_2	ρ_2
Modelo 1	4000	2000	2465	5000	2500	2607
Modelo 2	4000	2000	2465	3000	1500	2294
Modelo 3	4000	1700	2465	4750	3000	2573
Modelo 4	4000	2250	2465	3250	1250	2341

Para tener una imagen clara de las aproximaciones en las gráficas, se asignó un color específico a cada una de ellas, con el cual se representaran en todas las gráficas realizadas por el algoritmo, eso con el fin de identificarlas de forma mas fácil y evitar escribir en cada imagen la equivalencia de colores para cada una de ellas, como se muestra a continuación.








Ecuaciones de Zoeppritz	
Aproximación de Bortfeld	
Aproximación de Aki y Richards	
Aproximación de Hiltermann	
Aproximación de Shuey	
Aproximación de Lörtzer	
Aproximación de Lin	

Figura 6.2: Código de colores para la representación de las Aproximaciones a las ecuaciones de Zoeppritz

6.2.1. Evaluación de las aproximaciones a las ecuaciones de Zoeppritz (Problema directo)

A continuación se muestran los resultados de la parte del algoritmo encargada de evaluar cada una de las aproximaciones a las ecuaciones de Zoeppritz, contra las ecuaciones de Zoeppritz originales; es decir, se utilizarán las ecuaciones mostradas en la sección 4.2, las cuales son las ecuaciones originales y que dependen del ángulo de incidencia.

El objetivo de esta parte del algoritmo es mostrar el comportamiento de los coeficientes de reflexión en el límite de dos capas con diferentes propiedades, la cual puede llevar a diferentes cambios en el coeficiente de reflexión, cambios que pueden ir desde una disminución o aumento de la amplitud hasta la inversión del mismo.

Otro punto importante en análisis de estos coeficientes, en comparación con las ecuaciones de Zoeppritz originales, es el evaluar que tan útiles y efectivas pueden ser estas y bajo que condiciones, como las que se mencionan en la sección 4.2, de las cuales un par muy importantes por mencionar son: la distancia entre la fuente y receptor y el contraste entre las propiedades de los medios.

Para esto se propone un modelo de dos capas de propiedades físicas distintas, cuya interfaz se encuentra a una profundidad de 2000 m, y con geófonos en intervalos de 2 metros hasta una distancia máxima de 5000 m, con el fin de no sobrepasar el ángulo crítico, el cual está dado por $\sin \theta_c = \alpha_2 / \alpha_1$, recordando que para todo ángulo $\theta_i < \theta_c$ la amplitud está dada por un valor real y para todo $\theta_i \geq \theta_c$ está dada por un valor complejo, dando como resultado valores reales para toda $\alpha_2 \leq \alpha_1$.

Pseudocódigo

El pseudocódigo de las funciones mostradas a continuación es bastante simple y consta de funciones que reciben parámetros y dan como resultado la variación del coeficiente de reflexión en relación a dichos parámetros y se puede representar de la siguiente forma:

- ♠ La función recibe los parámetros propuestos, los cuales constan de un vector de 6 elementos el cual está constituido por $D = [\alpha_1, \beta_1, \rho_1, \alpha_2, \beta_2, \rho_2]$; además de los

valores de la profundidad, distancia máxima y la distancia entre geófonos, la cual se representa por z , x y I , respectivamente.

- ♠ Estos parámetros, al evaluarse contra cada ecuación generan un coeficiente de reflexión, el cual está definido como "Rt".
- ♠ Finalmente, el vector Rt obtenido se grafica contra una secuencia generada a partir de la distancia máxima y el intervalo entre geófonos.

Ejemplo del código

A continuación se muestra un ejemplo de cómo ejecutar las funciones que conforman el algoritmo, las cuales se realizaron en el lenguaje gráfico de programación R.

```
> D<-c(4000,2250,2465,3250,1250,2341)

> z<-2000; x<-5000; I<-1

> source('/Documents/R/4S/ZoePDx.R')

> source('/Documents/R/4S/BortPDx.R')

> Rt<-ZoePD(D,z,x)

> RtBort<-BortPDx(D,z,x,I)

> l <- x/2; x <- seq(0,l*2,2)

> plot(x,Rt,'l',col='black',lwd=2,ylim = c(-0.2,0.2),main = 'Aproximación de
  Bortfeld',ylab = 'Coeficiente de reflexion',xlab = 'Distancia fuente-receptor')

> lines(x,RtBort,col='green',lwd=2)

> abline(h=0,lty=2)
```

Ejemplo 1

Los parámetros propuestos para el primer modelo son los siguientes

Parametros	α_1	β_1	ρ_1	α_2	β_2	ρ_2
Modelo 1	4000	2000	2465	5000	2500	2607

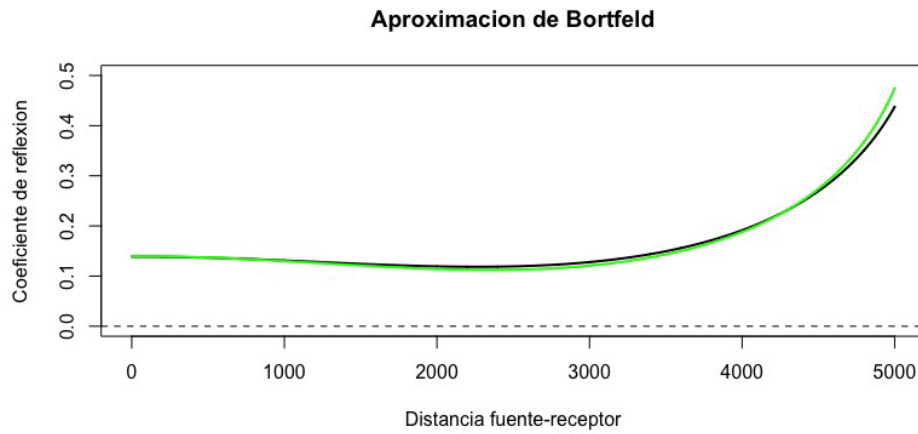


Figura 6.3: Aproximación de Bortfeld, ejemplo 1, colores según figura 6.2.

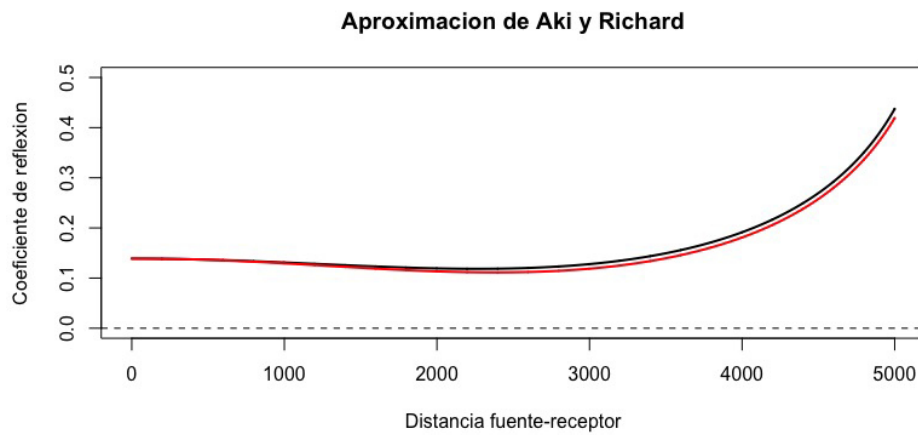


Figura 6.4: Evaluación de la aproximación de Aki y Richards, ejemplo1, colores según figura 6.2.

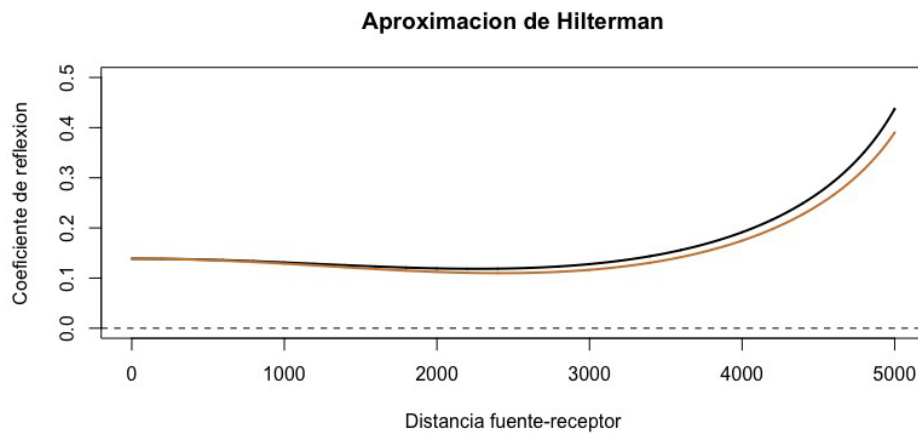


Figura 6.5: Evaluación de la aproximación de Hilterman, ejemplo 1, colores según figura 6.2.

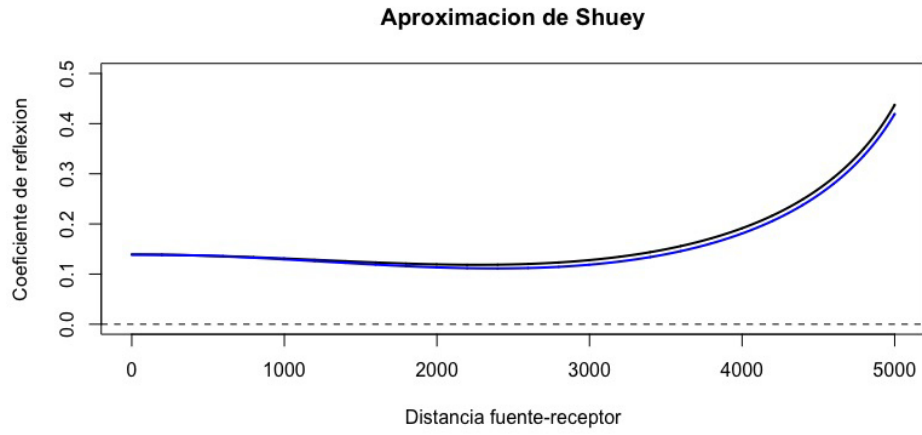


Figura 6.6: Evaluación de la aproximación de Shuey, ejemplo 1, colores según figura 6.2.

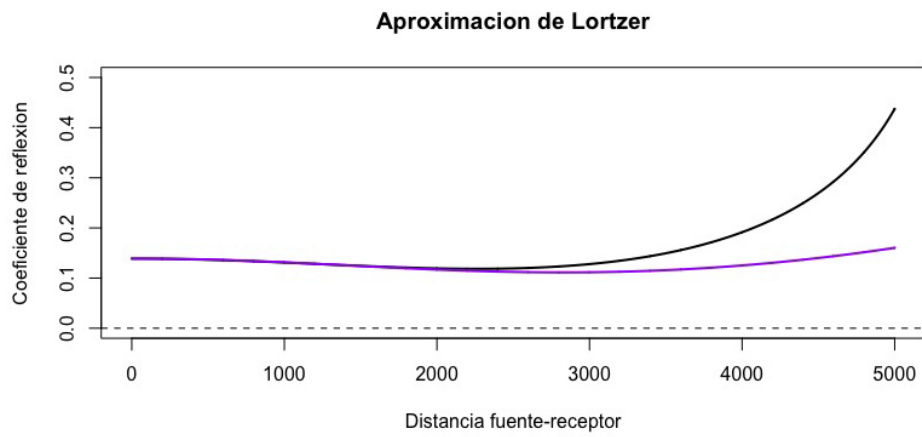


Figura 6.7: Evaluación de la aproximación de Lörtzer, ejemplo 1, colores según figura 6.2.

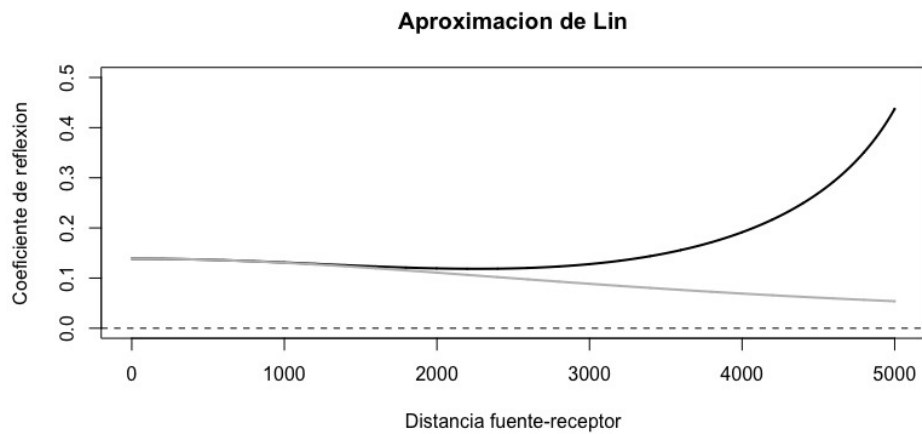


Figura 6.8: Evaluación de la aproximación de Lin, ejemplo 1, colores según figura 6.2.

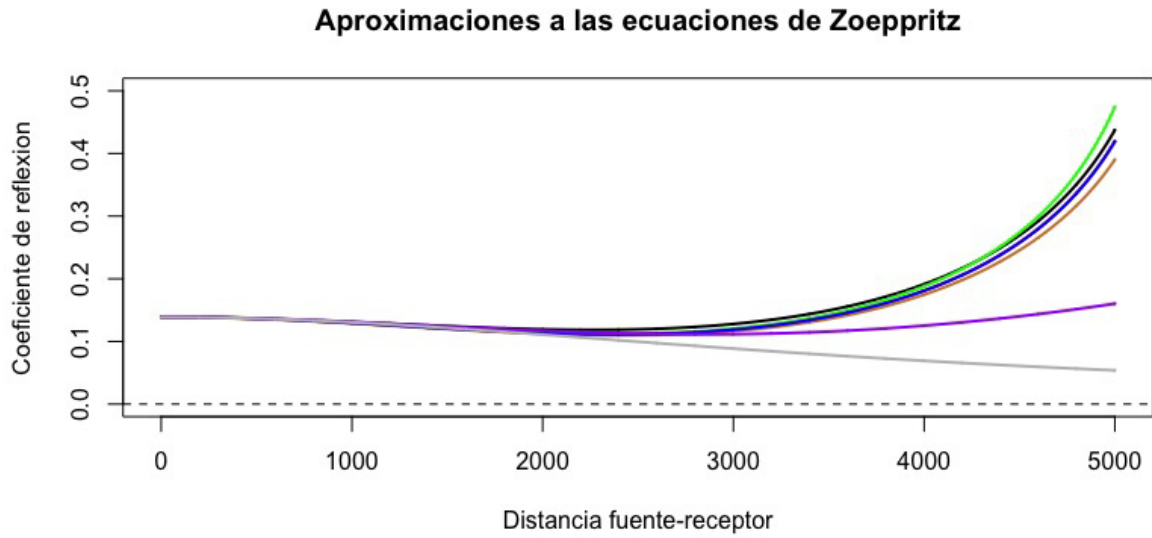


Figura 6.9: Evaluación de las ecuaciones de Zoeppritz y sus aproximaciones, ejemplo 1, colores según figura 6.2.

En este ejemplo en el cual se considera un gradiente positivo, podemos observar claramente un aumento en la amplitud del coeficiente de reflexión con relación a la distancia y un grado de confiabilidad bastante considerable para la mayoría de las aproximaciones propuestas, a pesar de la distancia máxima entre fuente y receptor. Sin embargo, algunas no funcionan muy bien después de los 2300 m aproximadamente, es importante mencionar que el cambio entre las propiedades de ambos medios es considerable, lo cual se puede ver reflejado en el comportamiento de las aproximaciones.

Ejemplo 2

Los parámetros propuestos para el segundo modelo son los siguientes

Parámetros	α_1	β_1	ρ_1	α_2	β_2	ρ_2
Modelo 2	4000	2000	2465	3000	1500	2294

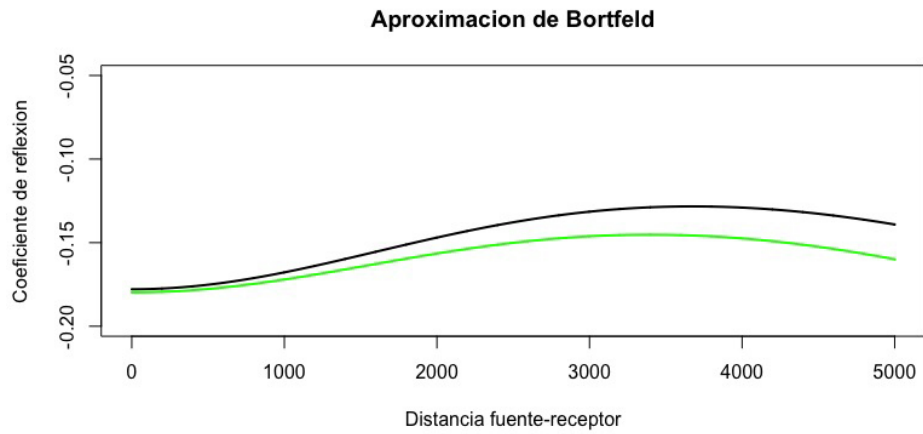


Figura 6.10: Evaluación de la aproximación de Bortfeld, ejemplo 2, colores según figura 6.2.

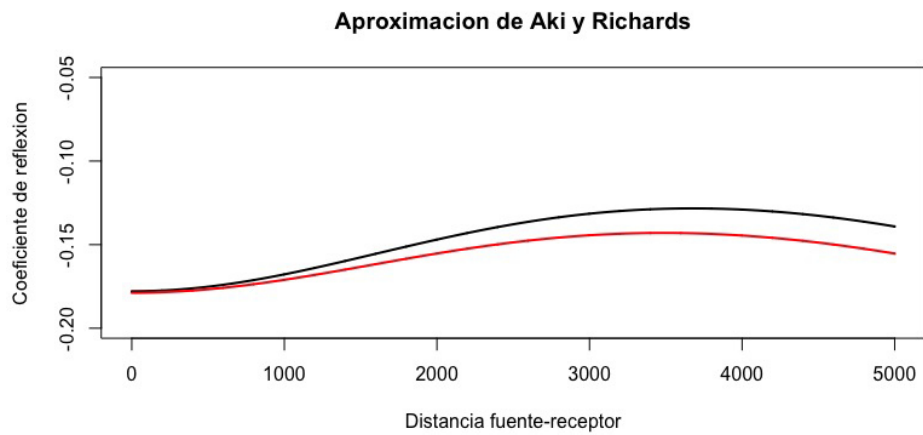


Figura 6.11: Evaluación de la aproximación de Aki y Richards, ejemplo 2, colores según figura 6.2.

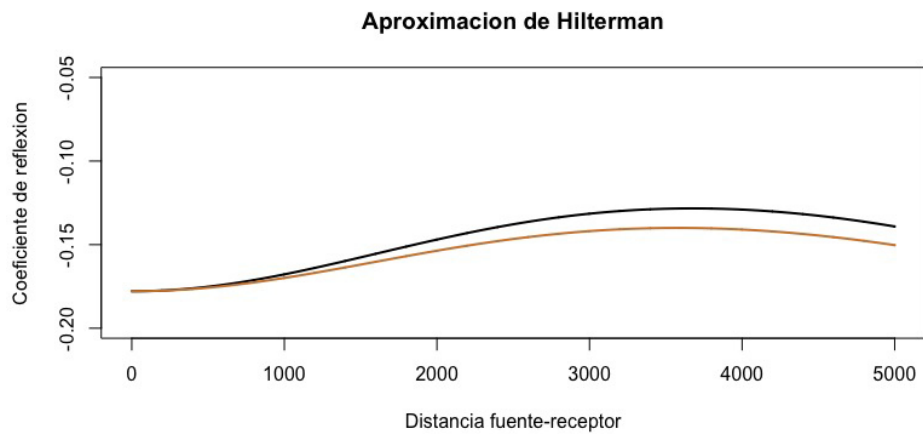


Figura 6.12: Evaluación de la aproximación de Hilterman, ejemplo 2, colores según figura 6.2.

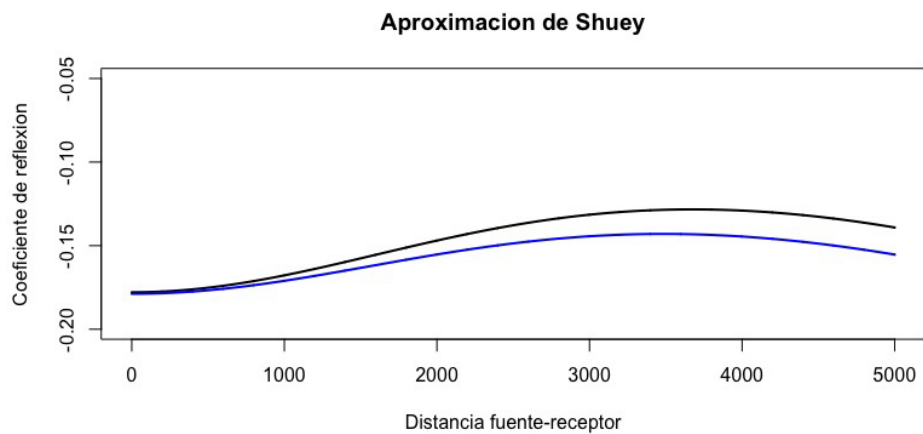


Figura 6.13: Evaluación de la aproximación de Shuey, ejemplo 2, colores según figura 6.2.

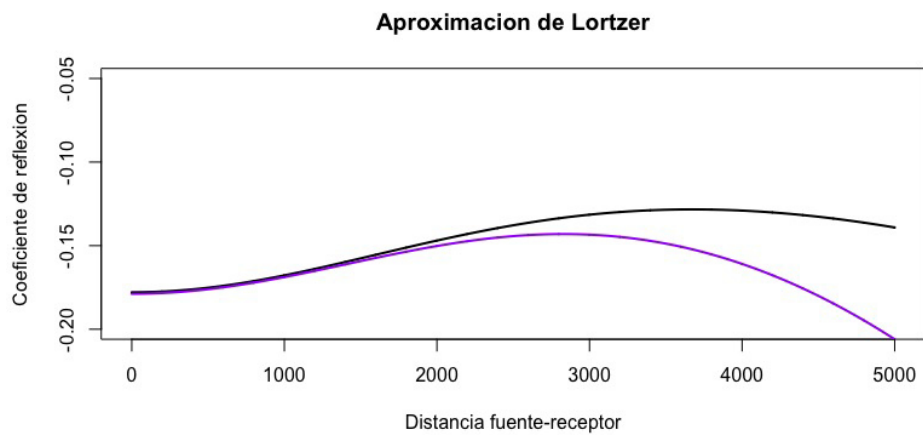


Figura 6.14: Evaluación de la aproximación de Lörtzer, ejemplo 2, colores según figura 6.2.

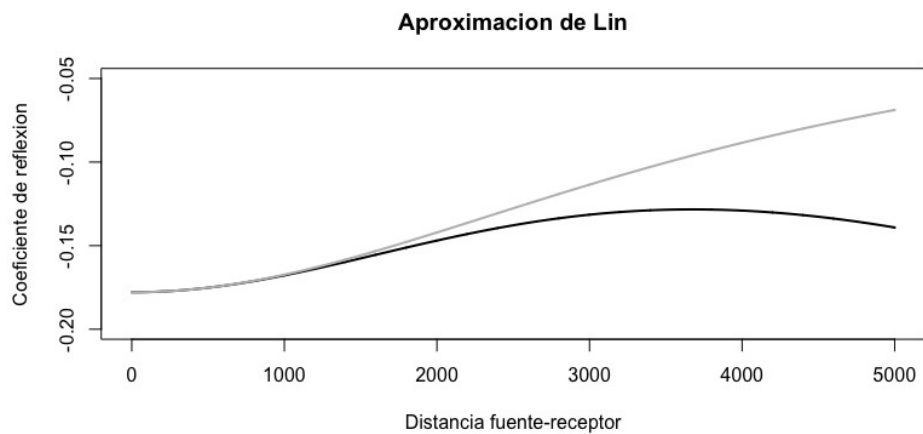


Figura 6.15: Evaluación de la aproximación de Lin, ejemplo 2, colores según figura 6.2.

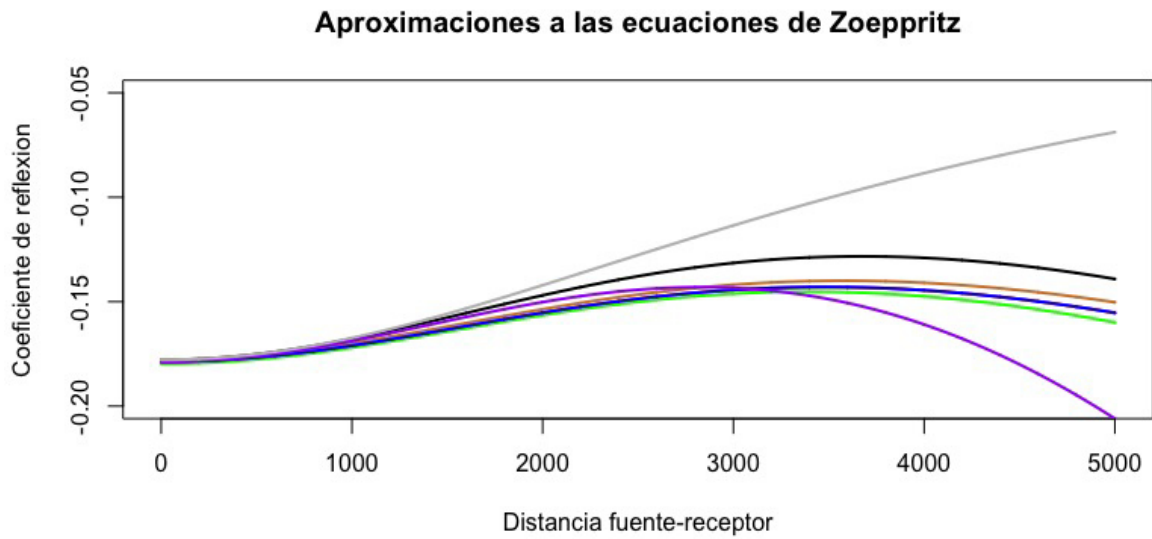


Figura 6.16: Evaluación de las ecuaciones de Zoeppritz y sus aproximaciones, ejemplo 2, colores según figura 6.2.

En este ejemplo podemos notar un gradiente negativo a partir de las propiedades propuestas para ambos medios. También se puede observar una amplitud negativa además de un aumento seguido de una disminución en el coeficiente de reflexión con relación a su distancia, alcanzando un máximo cerca de los 3000 m. Es notable como solo las primeras 4 aproximaciones mostradas tienen un mejor resultado al compararse contra las ecuaciones de Zoeppritz, resultado que es mejor a distancias menores a 1000 m para este caso en particular.

Ejemplo 3

Los parámetros propuestos para el tercer modelo son los siguientes

Parámetros	α_1	β_1	ρ_1	α_2	β_2	ρ_2
Modelo 3	4000	1700	2465	4750	3000	2573

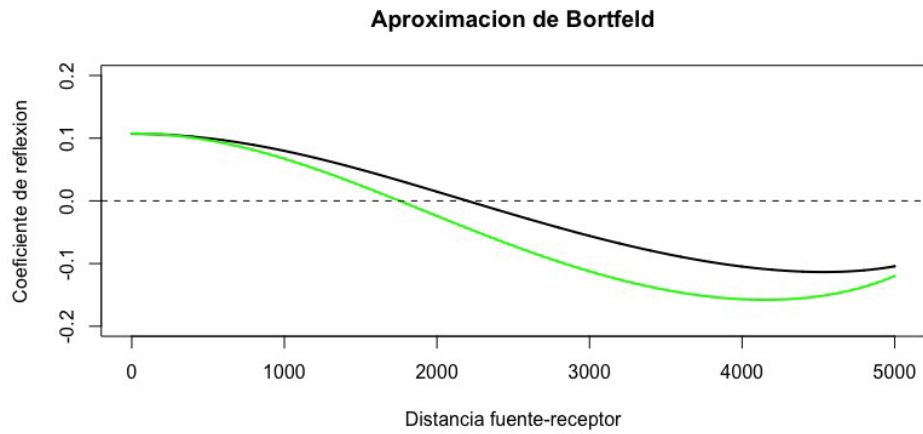


Figura 6.17: Evaluación de la aproximación de Bortfeld, ejemplo 3, colores según figura 6.2.

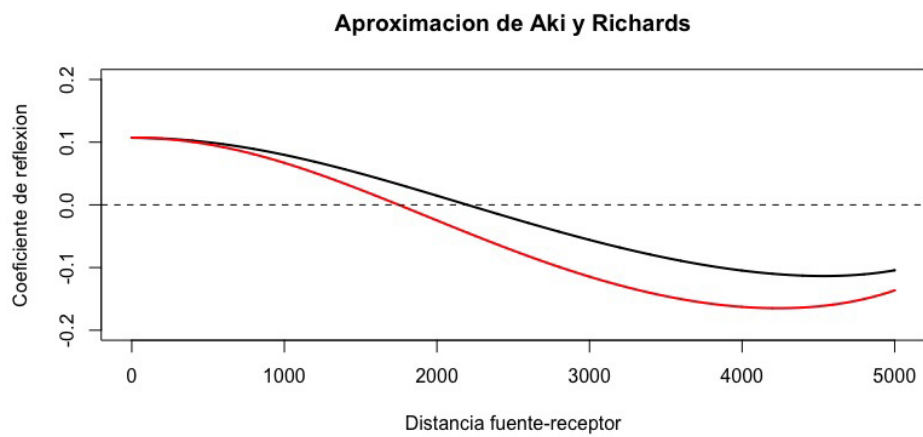


Figura 6.18: Evaluación de la aproximación de Aki y Richards, ejemplo 3, colores según figura 6.2.

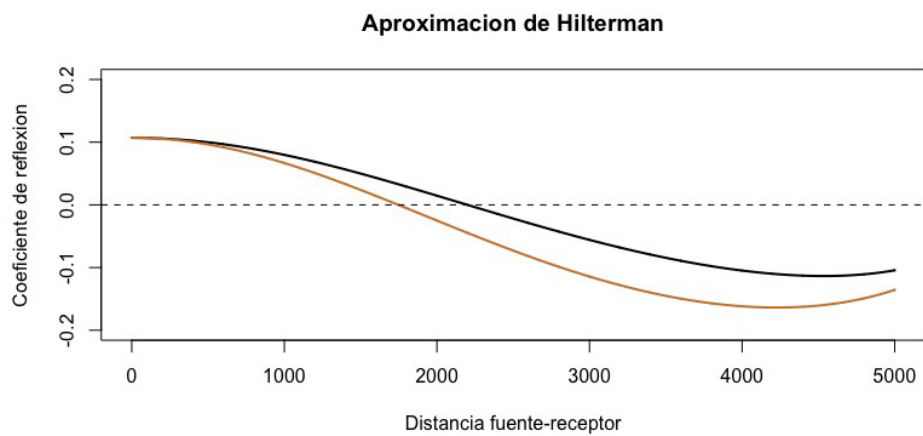


Figura 6.19: Evaluación de la aproximación de Hiltermann, ejemplo 3, colores según figura 6.2.

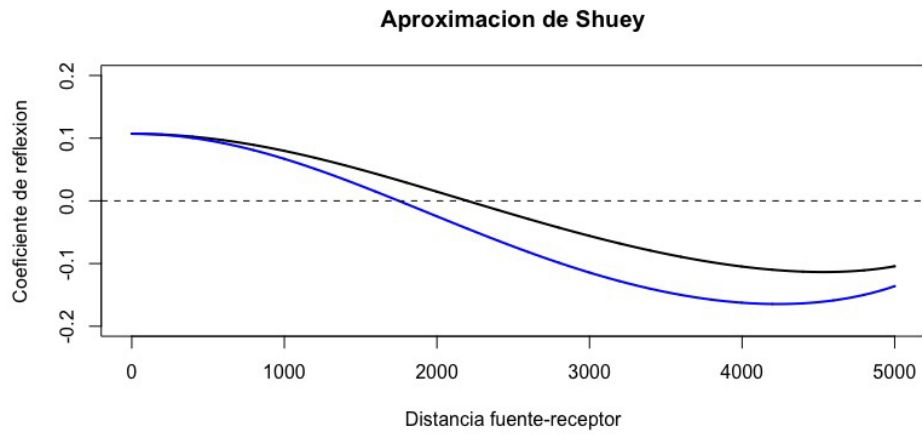


Figura 6.20: Evaluación de la aproximación de Shuey, ejemplo 3, colores según figura 6.2.

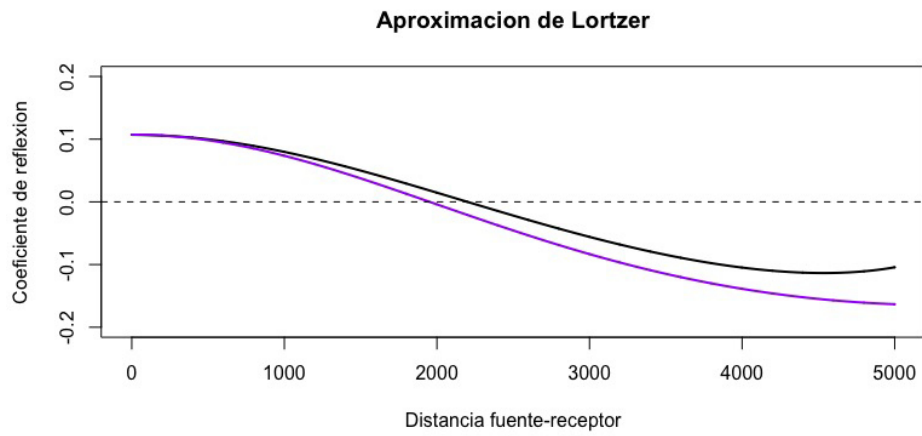


Figura 6.21: Evaluación de la aproximación de Lörtzer, ejemplo 3, colores según figura 6.2.

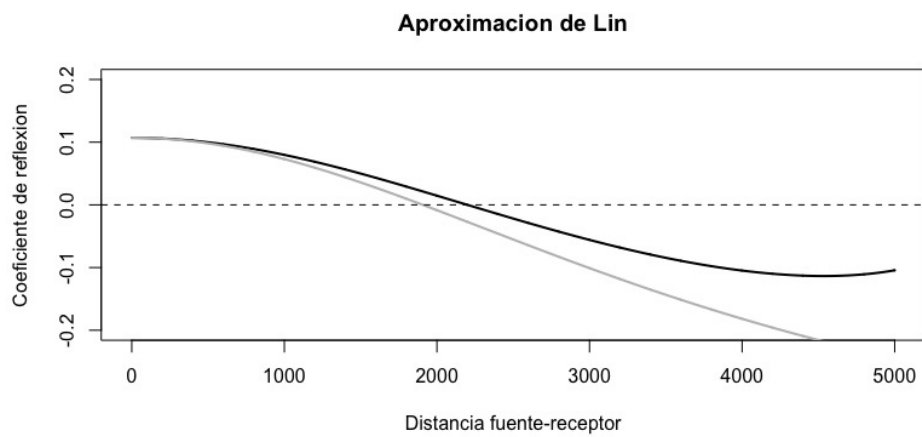


Figura 6.22: Evaluación de la aproximación de Lin, ejemplo 3, colores según figura 6.2.

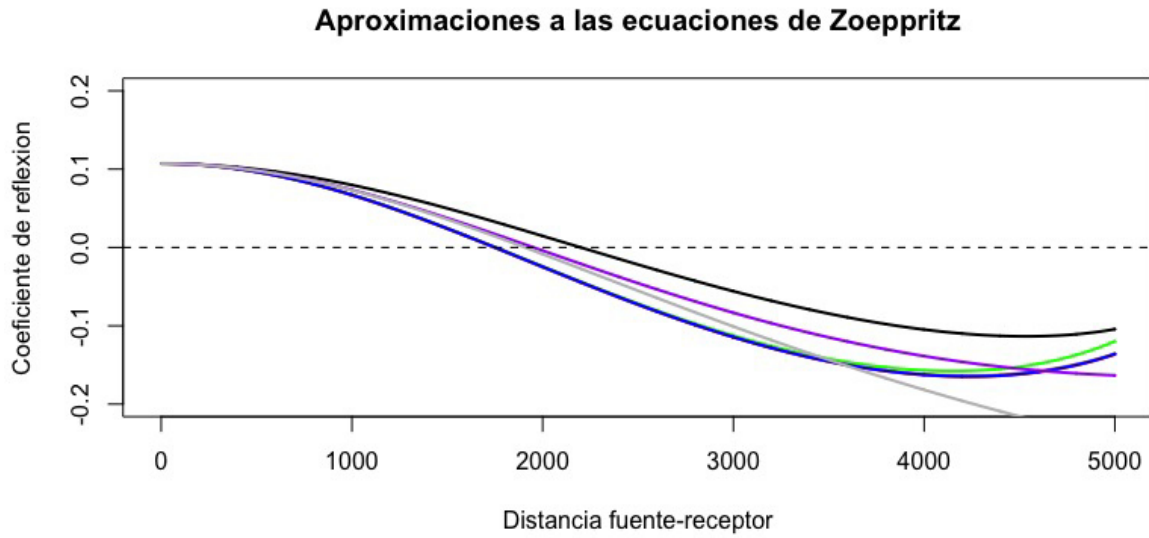


Figura 6.23: Evaluación de las ecuaciones de Zoeppritz y sus aproximaciones, ejemplo 3, colores según figura 6.2.

En este ejemplo tenemos un gradiente positivo en la velocidad de las capas y podemos observar claramente una inversión en amplitud, la cual se presenta cerca de los 2300 m para las ecuaciones de Zoeppritz y un poco antes para sus aproximaciones, las cuales parecen tener casi el mismo grado de confiabilidad al menos hasta cerca de los 3000 m para este caso en particular.

Ejemplo 4

Los parámetros propuestos para el cuarto modelo son los siguientes

Parametros	α_1	β_1	ρ_1	α_2	β_2	ρ_2
Modelo 4	4000	2250	2465	3250	1250	2341

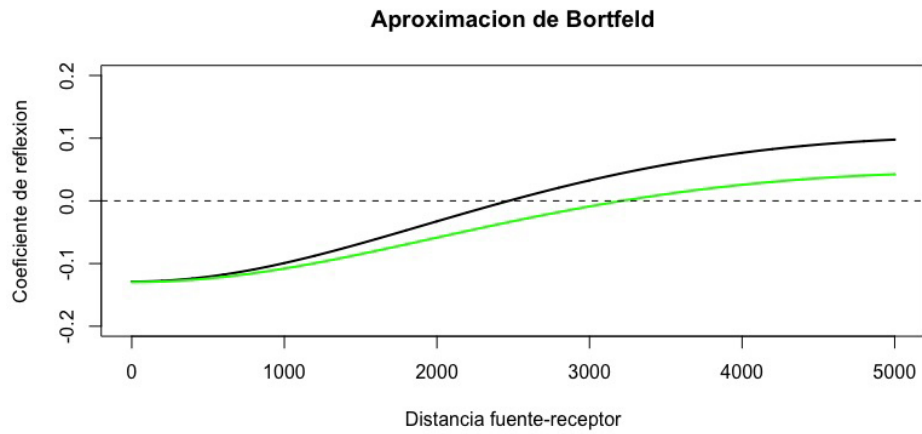


Figura 6.24: Evaluación de la aproximación de Bortfeld, ejemplo 4 colores según figura 6.2.

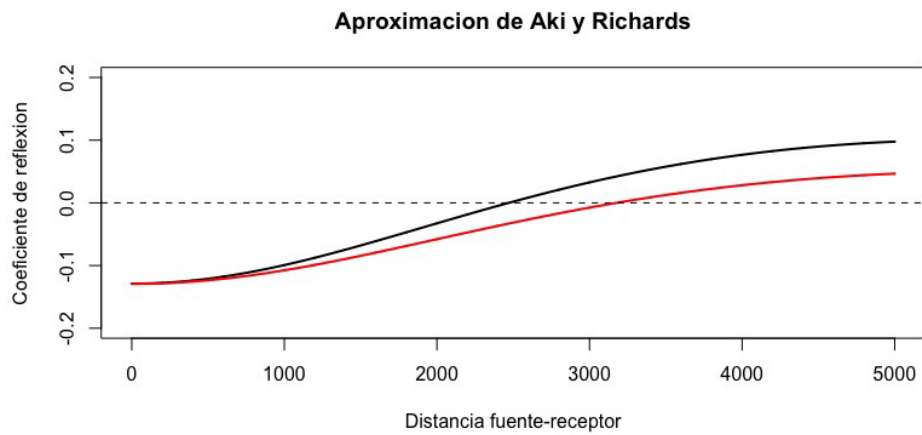


Figura 6.25: Evaluación de la aproximación de Aki y Richards, ejemplo 4, colores según figura 6.2.

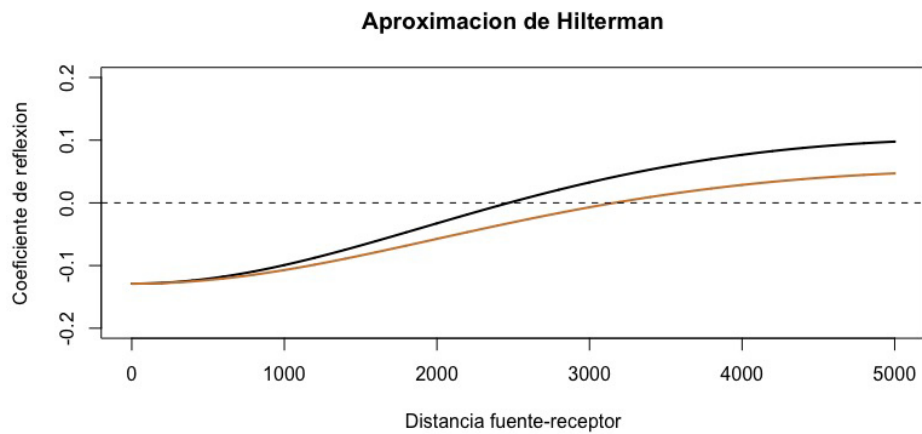


Figura 6.26: Evaluación de la aproximación de Hilterman, ejemplo 4, colores según figura 6.2.

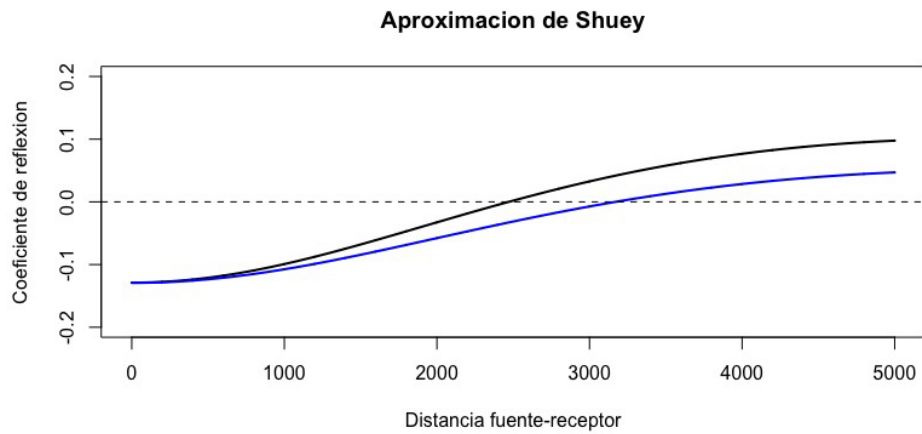


Figura 6.27: Evaluación de la aproximación de Shuey, ejemplo 4, colores según figura 6.2.

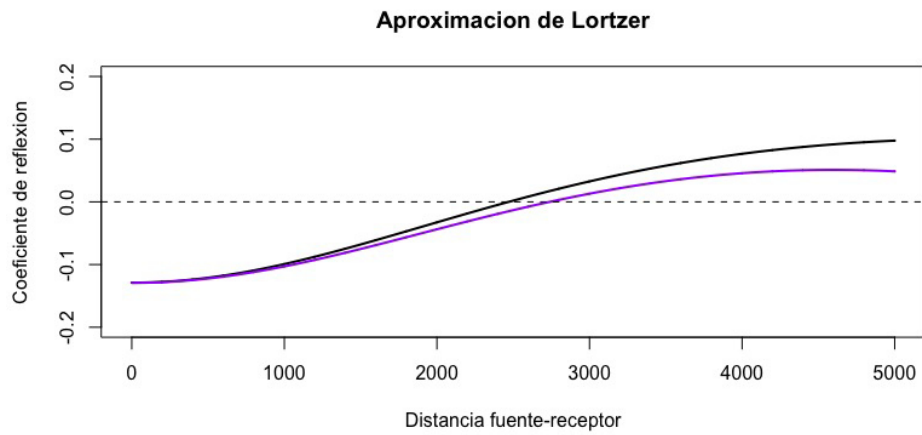


Figura 6.28: Evaluación de la aproximación de Lörtzer, ejemplo 4, colores según figura 6.2.

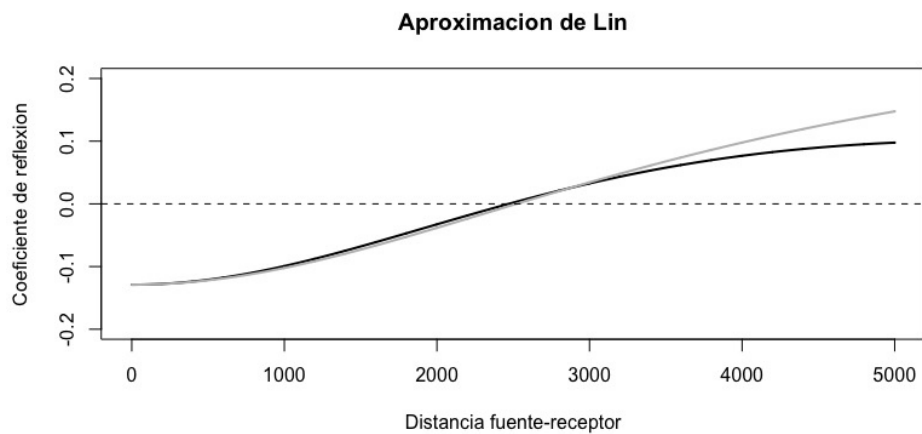


Figura 6.29: Evaluación de la aproximación de Lin, ejemplo 4, colores según figura 6.2.

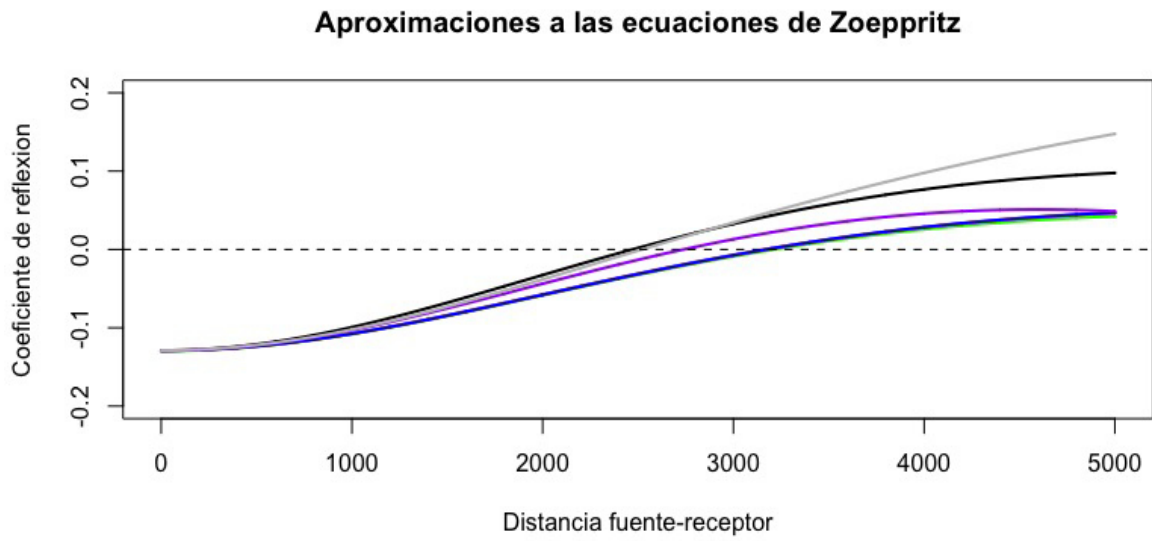


Figura 6.30: Evaluación de las ecuaciones de Zoeppritz y sus aproximaciones, ejemplo 4, colores según figura 6.2.

En este último ejemplo tenemos un gradiente negativo en las velocidades de las capas y una inversión de la amplitud del coeficiente de reflexión, la cual se presenta cerca de los 2500 m para las ecuaciones de Zoeppritz y un poco después para sus aproximaciones, con un rango de diferencia entre ellas de hasta 500 m aproximadamente.

6.2.2. Evaluación de las aproximaciones a las ecuaciones de Zoeppritz transformadas (Problema directo)

Una vez realizadas las conversiones analizadas en la sección 6.1.2, es necesario evaluarlas de la misma forma que las anteriores, por ello la segunda parte del algoritmo toma las ecuaciones convertidas, evalúa el coeficiente de reflexión para cada una de ellas y las gráfica sobre las anteriores; además se obtiene el valor absoluto de la suma de las diferencias de cada punto evaluado, el cual representa la diferencia entre ambas gráficas y se representa de la siguiente forma:

$$E_t = \sum_{i=0}^n |Rt_o - Rt_t| \quad (6.39)$$

En donde E_t representa el error total, Rt_o es el coeficiente de reflexión calculado de la ecuación original y Rt_t denota el coeficiente de reflexión calculado de la ecuación transformada. Esta prueba del error total fue aplicada a cada una de las aproximaciones para los diferentes ejemplos, dando valores aproximados a 1×10^{-14} en todos ellos, este es un valor tan insignificante que para fines prácticos de este estudio se considerara como un 0.

Para esto grafica sobrepuestas ambas ecuaciones, la original y la transformada (siempre tomando como referencia las ecuaciones de Zoeppritz), con el fin de observar la similitud entre ambas y la igualdad en el comportamiento de las mismas; en este caso al someterse a los modelos generados a partir de los ejemplos vistos previamente.

Pseudocódigo

Al igual que en el caso de las gráficas anteriores, se dará una breve explicación del funcionamiento de éstas por medio de su pseudocódigo, el cual se conforma de funciones similares a las utilizadas y descritas en la sección 6.2.1 en las cuales se grafican las ecuaciones de Zoeppritz y sus aproximaciones comparadas contra estas. En este caso se agrega la evaluación de las aproximaciones a las ecuaciones de Zoeppritz posteriores a su transformación.

El pseudocódigo de las siguientes funciones mostradas es simple y bastante similar a las anteriores. Consta de funciones que reciben parámetros y dan como resultado la variación del coeficiente de reflexión en relación a dichos parámetros, En los siguientes

puntos se intentará mostrar por medio de sencillos pasos un resumen de como trabajan dichas funciones:

- ♠ La función recibe los parámetros, los cuales constan de un vector de 6 elementos el cual está constituido por $D = [\alpha_1, \beta_1, \rho_1, \alpha_2, \beta_2, \rho_2]$; además de los valores profundidad, distancia máxima y la distancia entre geófonos, las cuales se representan por z, x y I , respectivamente.
- ♠ Estos parámetros al evaluarse contra cada ecuación generan un coeficiente de reflexión, el cual está definido como R_t .
- ♠ La función llama a su aproximación equivalente previa a la transformación y utiliza su información para graficar su R_t y calcular el error.
- ♠ Utilizando el R_t obtenido de la función anterior se grafica contra una secuencia generada a partir de la distancia máxima y el intervalo entre geófonos.
- ♠ Finalmente, el vector R_t obtenido a partir de la función transformada es trazado sobre las gráficas anteriores con el fin de observar claramente la similitud entre ellas y su comparación con las ecuaciones de Zoeppritz.

Ejemplo del código

A continuación se muestra un ejemplo de como ejecutar las funciones realizadas para el algoritmo, las cuales se realizaron en el lenguaje gráfico de programación R.

```
> D<-c(4000,2250,2465,3250,1250,2341)

> z<-2000

> x<-5000

> I<-1

> source('/Documents/R/4S/ZoePDx.R')

> source('/Documents/R/4S/BortPD.R')

> source('/Documents/R/4S/BortPDx.R')

> Rt<-ZoePD(D,z,x)

> RtBort<-BortPD(D,z,x,I)

> RtBort<-BortPDx(D,z,x,I)

> l <- x/2

> x <- seq(0,l*2,2)

> plot(x,Rt,'l',col='black',lwd=2,ylim = c(-0.2,0.2),main = 'Aproximación de
  Bortfeld',ylab = 'Coeficiente de reflexion',xlab = 'Distancia fuente-receptor')

> lines(x,RtBort,col='green',lwd=3)

> lines(x,RtBortx,col='black',lwd=1,lty=2)

> abline(h=0,lty=2)
```

Ejemplo 1

Los parámetros propuestos para el primer modelo son los siguientes

Parámetros	α_1	β_1	ρ_1	α_2	β_2	ρ_2
Modelo 1	4000	2000	2465	5000	2500	2607

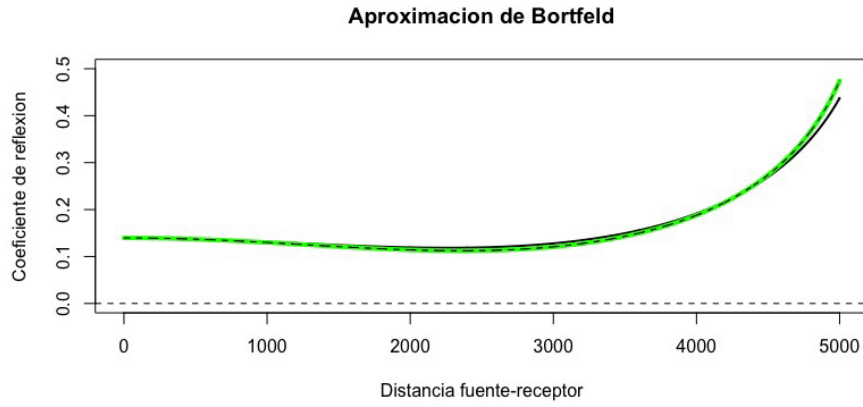


Figura 6.31: Aproximación de Bortfeld, ejemplo 1, colores según figura 6.2.

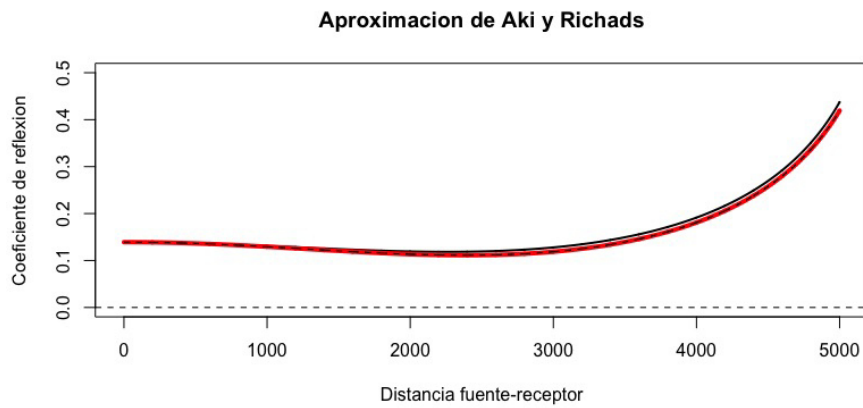


Figura 6.32: Evaluación de la aproximación de Aki y Richards, ejemplo 1, colores según figura 6.2.

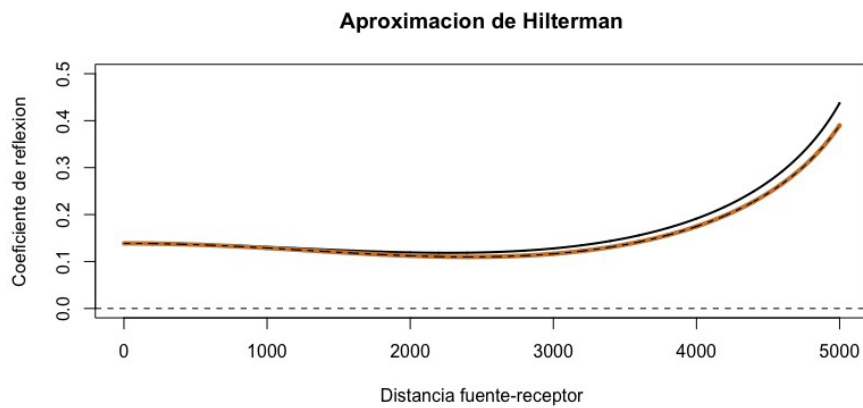


Figura 6.33: Evaluación de la aproximación de Hiltermann, ejemplo 1, colores según figura 6.2.

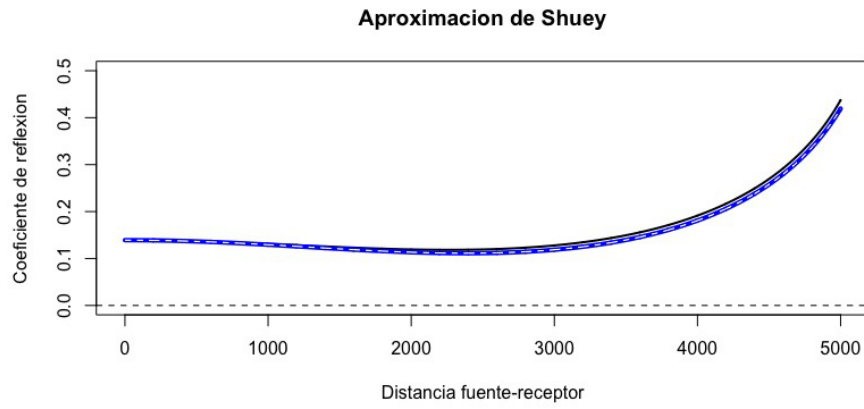


Figura 6.34: Evaluación de la aproximación de Shuey, ejemplo 1, colores según figura 6.2.

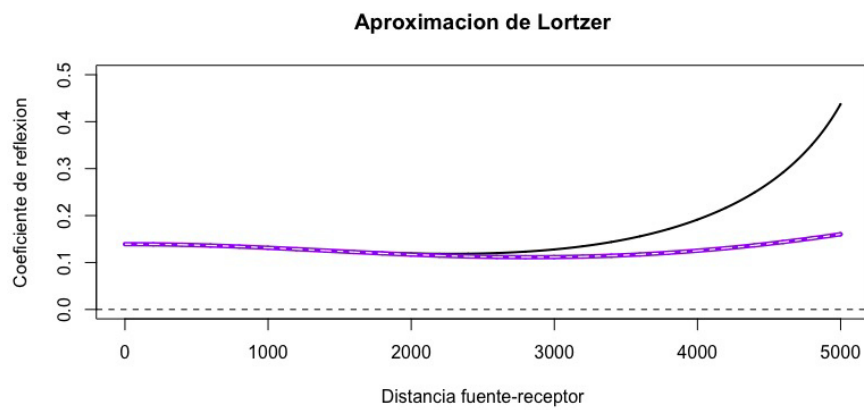


Figura 6.35: Evaluación de la aproximación de Lörtzer, ejemplo 1, colores según figura 6.2.

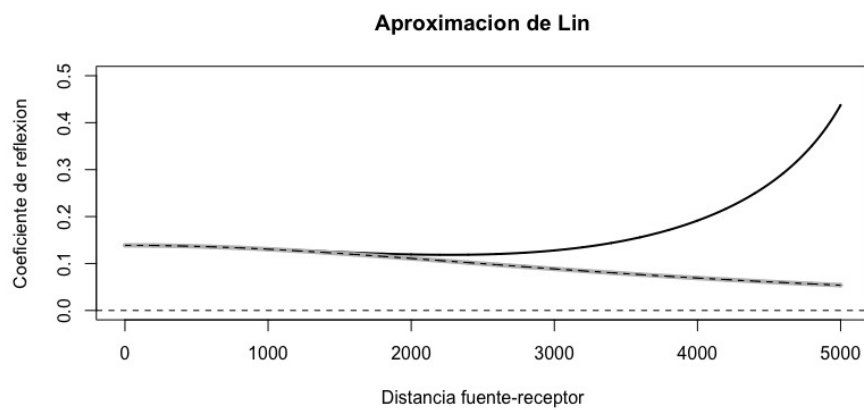


Figura 6.36: Evaluación de la aproximación de Lin, ejemplo 1, colores según figura Figure 6.2.

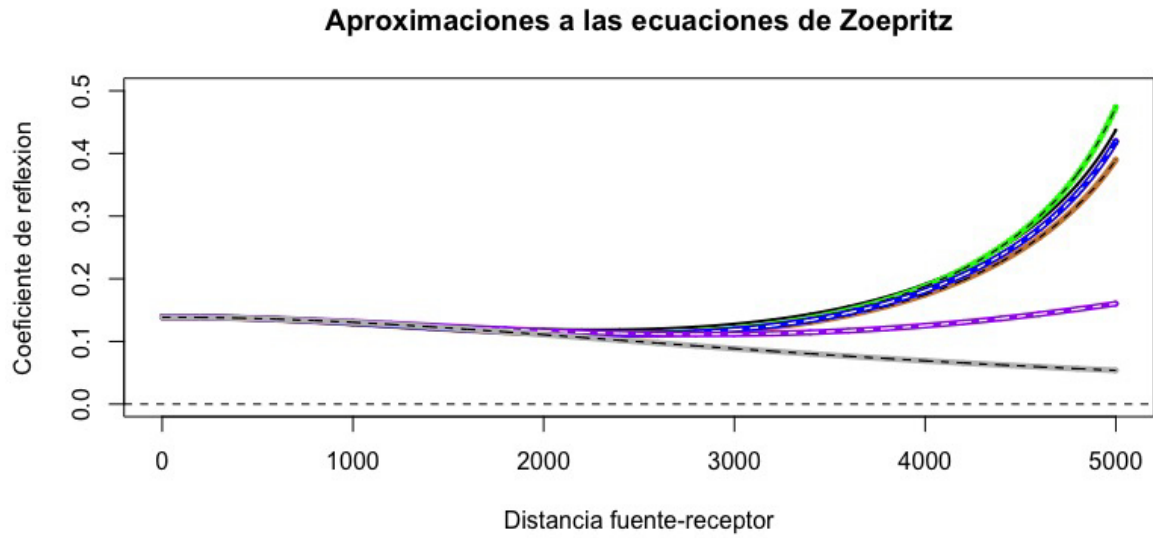


Figura 6.37: Evaluación de las ecuaciones de Zoepritz y sus aproximaciones, ejemplo 1, colores según figura 6.2.

Ejemplo 2

Los parámetros propuestos para el segundo modelo son los siguientes

Parámetros	α_1	β_1	ρ_1	α_2	β_2	ρ_2
Modelo 2	4000	2000	2465	3000	1500	2294

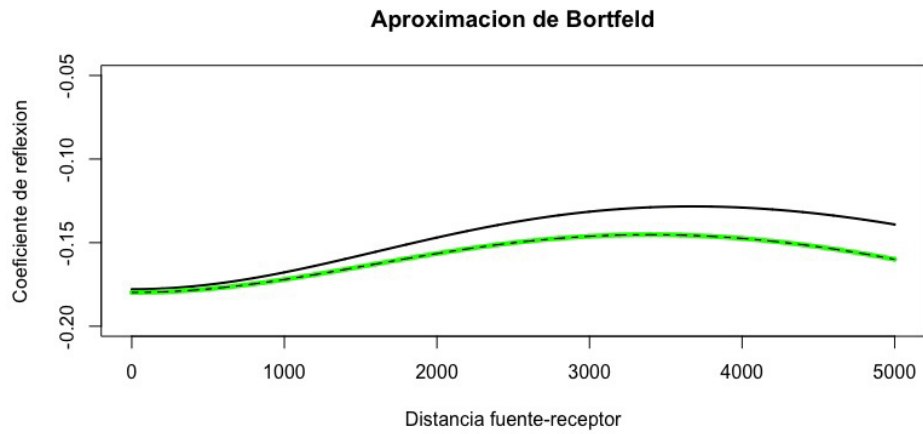


Figura 6.38: Evaluación de la aproximación de Bortfeld, ejemplo 2, colores según figura 6.2.

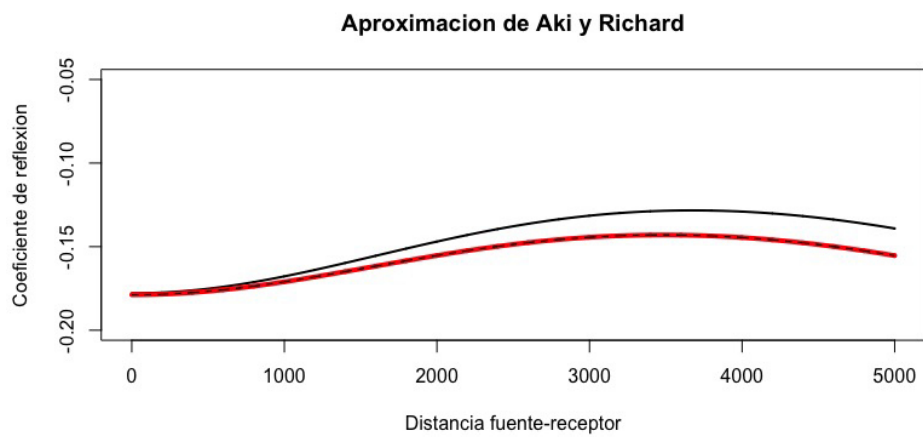


Figura 6.39: Evaluación de la aproximación de Aki y Richards, ejemplo 2, colores según figura 6.2.

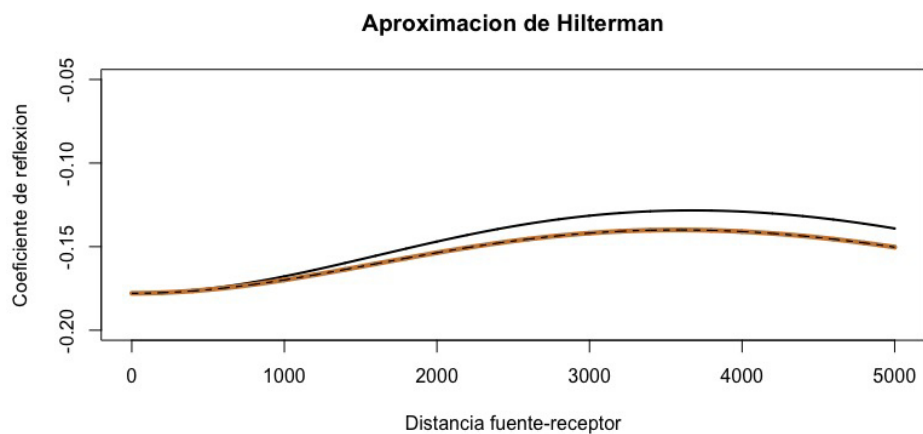


Figura 6.40: Evaluación de la aproximación de Hilterman, ejemplo 2, colores según figura 6.2.

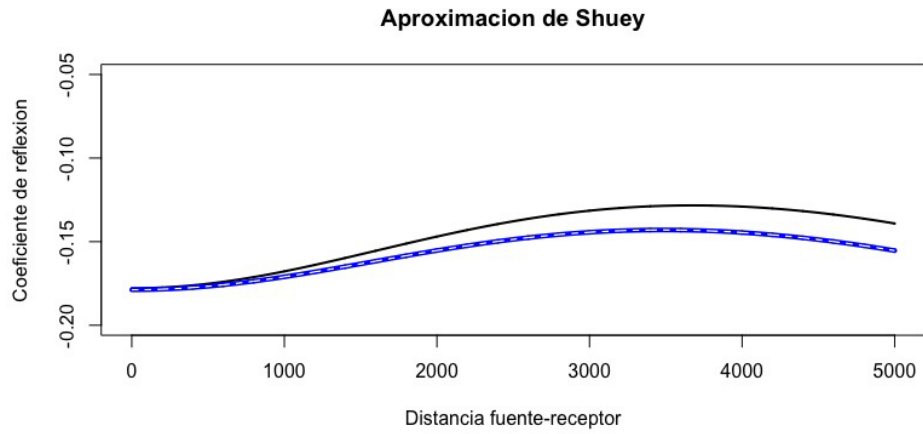


Figura 6.41: Evaluación de la aproximación de Shuey, ejemplo 2, colores según figura 6.2.

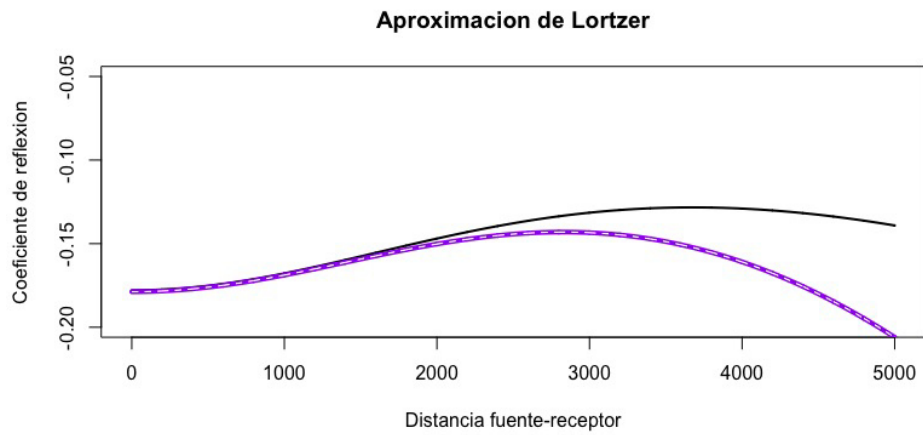


Figura 6.42: Evaluación de la aproximación de Lörtzer, ejemplo 2, colores según figura 6.2.

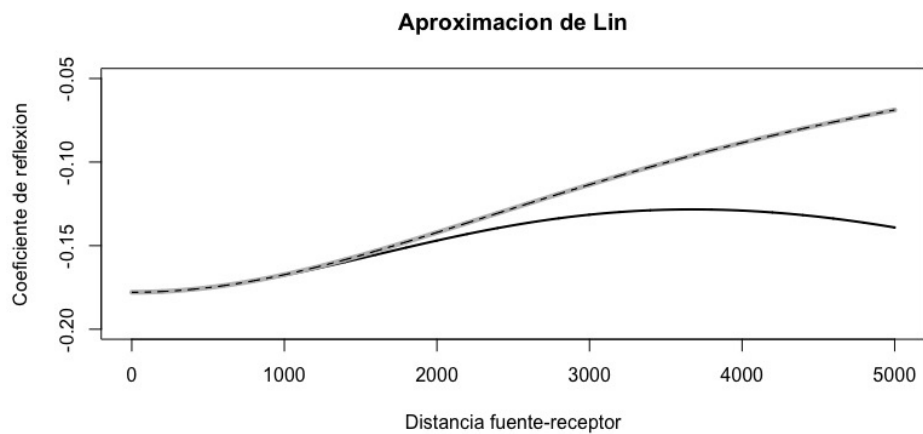


Figura 6.43: Evaluación de la aproximación de Lin, parámetros sección 6.2.2, colores según figura 6.2.

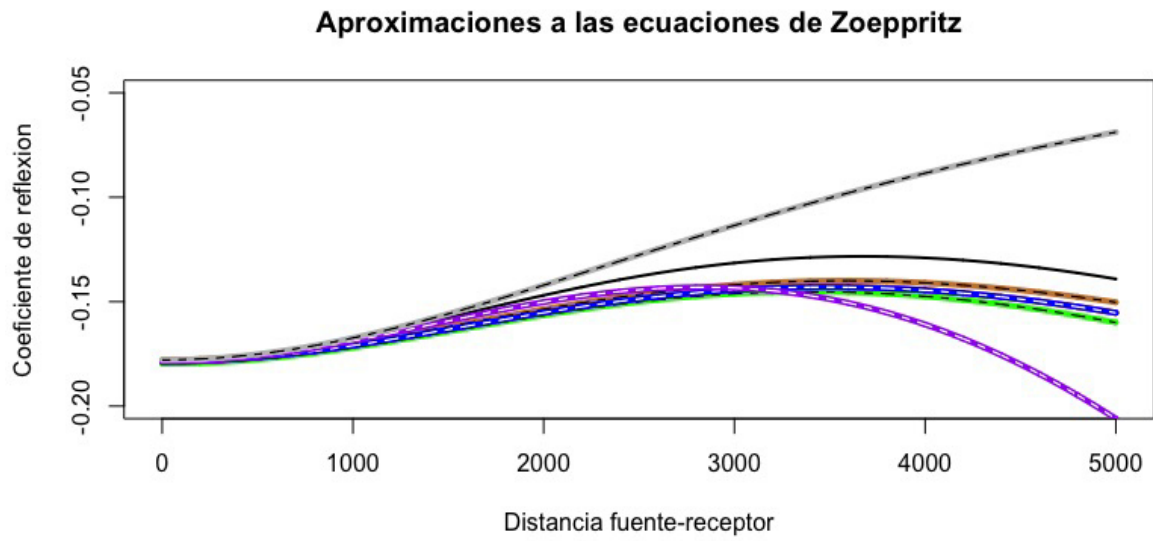


Figura 6.44: Evaluación de las ecuaciones de Zoeppritz y sus aproximaciones, ejemplo 2, colores según figura 6.2.

Ejemplo 3

Los parámetros propuestos para el tercer modelo son los siguientes

Parámetros	α_1	β_1	ρ_1	α_2	β_2	ρ_2
Modelo 3	4000	1700	2465	4750	3000	2573

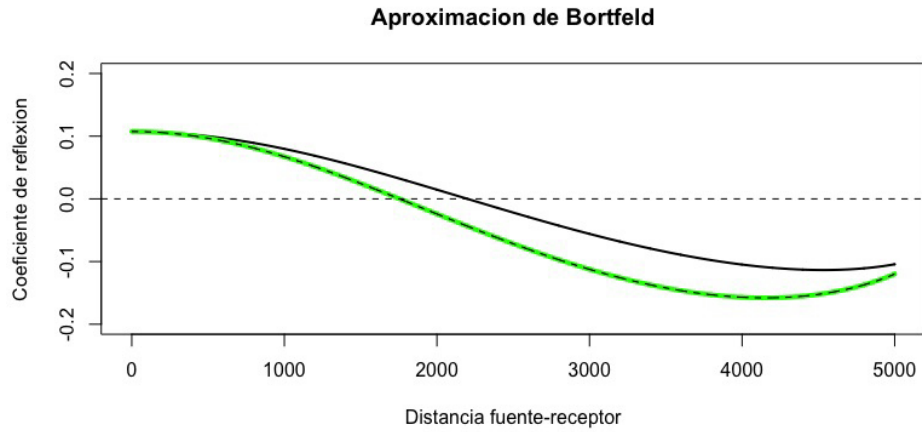


Figura 6.45: Evaluación de la aproximación de Bortfeld, ejemplo 3, colores según figura 6.2.

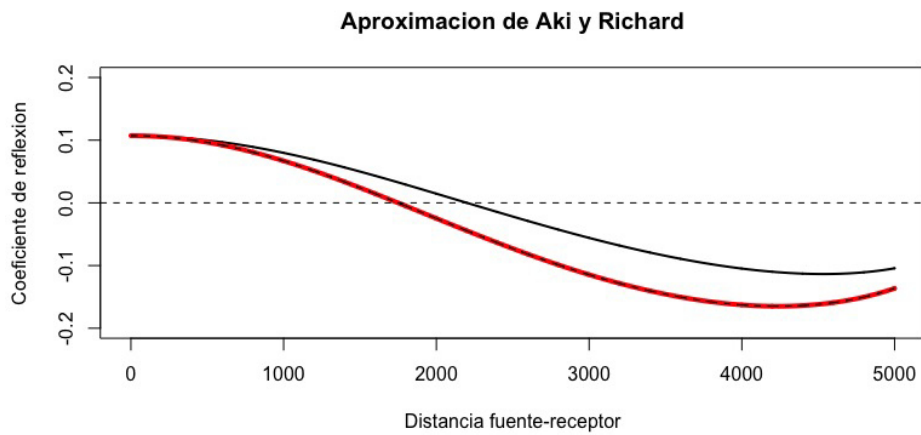


Figura 6.46: Evaluación de la aproximación de Aki y Richards, ejemplo 3, colores según figura 6.2.

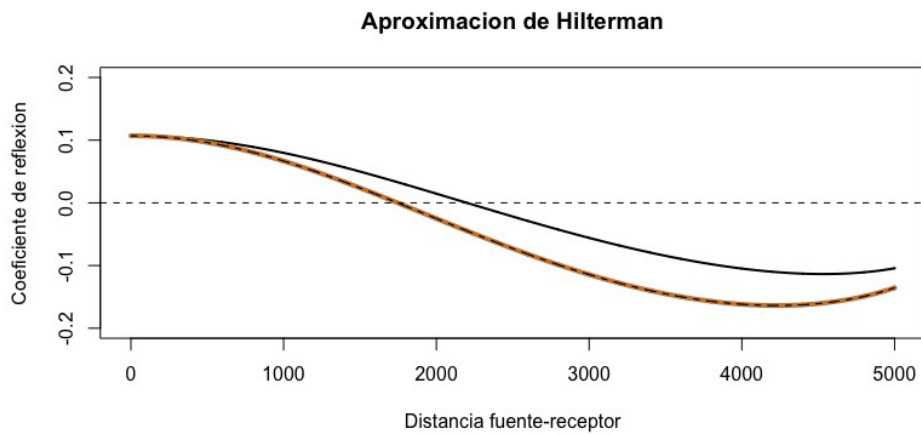


Figura 6.47: Evaluación de la aproximación de Hiltermann, ejemplo 3, colores según figura 6.2.

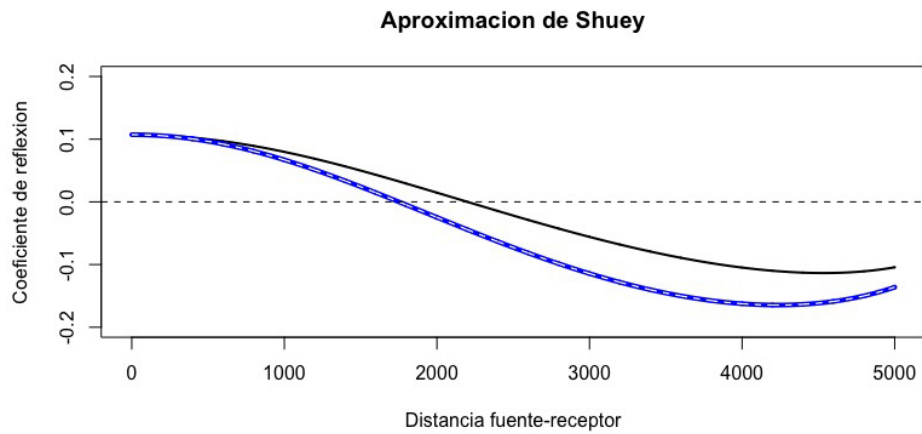


Figura 6.48: Evaluación de la aproximación de Shuey, ejemplo 3, colores según figura 6.2.

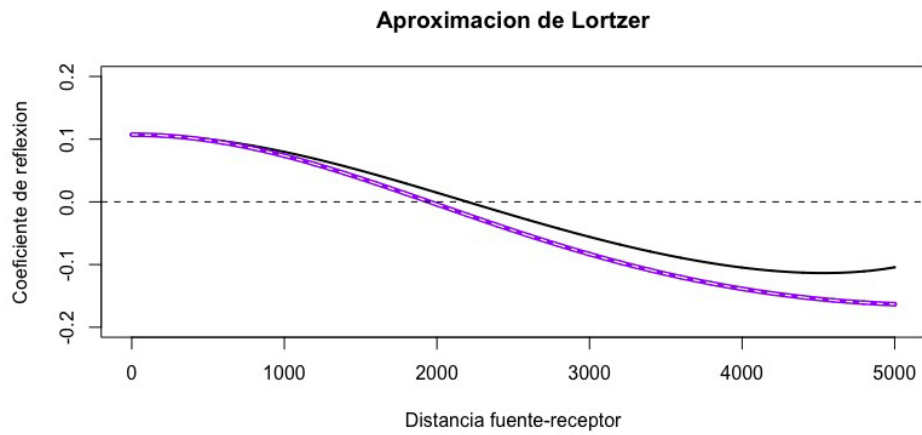


Figura 6.49: Evaluación de la aproximación de Lörtzer, ejemplo 3, colores según figura 6.2.

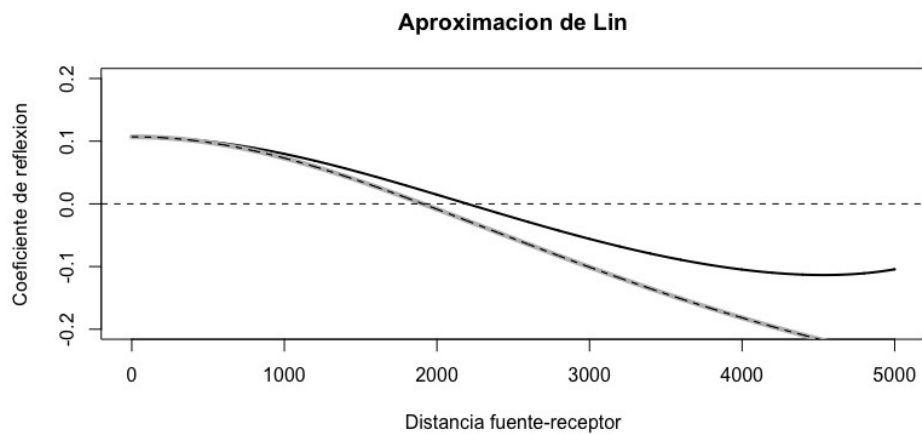


Figura 6.50: Evaluación de la aproximación de Lin, ejemplo 3, colores según figura 6.2.

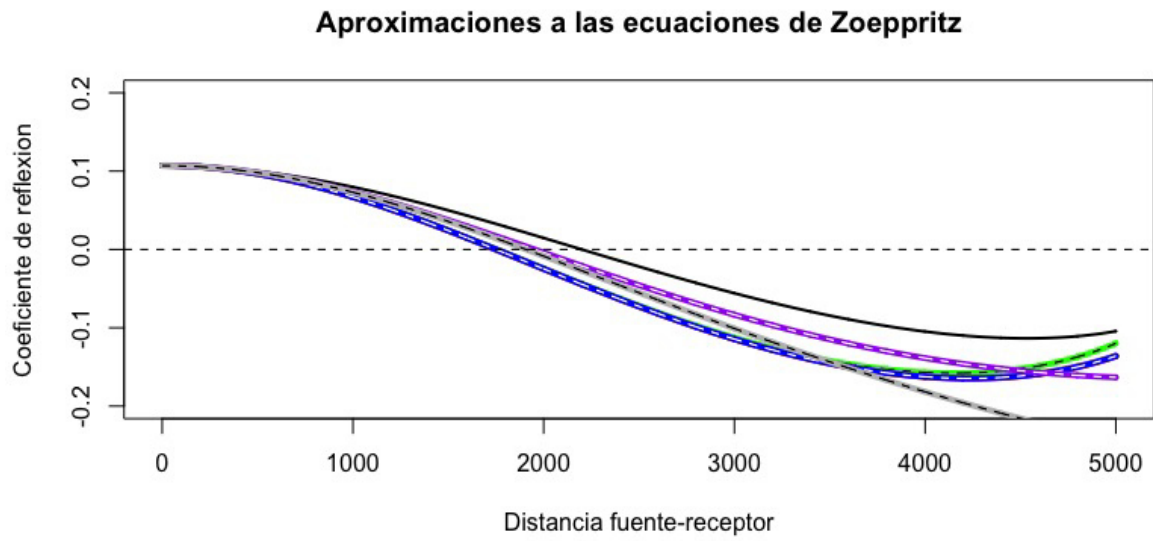


Figura 6.51: Evaluación de las ecuaciones de Zoeppritz y sus aproximaciones, ejemplo 3, colores según figura 6.2.

Ejemplo 4

Los parámetros propuestos para el cuarto modelo son los siguientes

Parámetros	α_1	β_1	ρ_1	α_2	β_2	ρ_2
Modelo 4	4000	2250	2465	3250	1250	2341

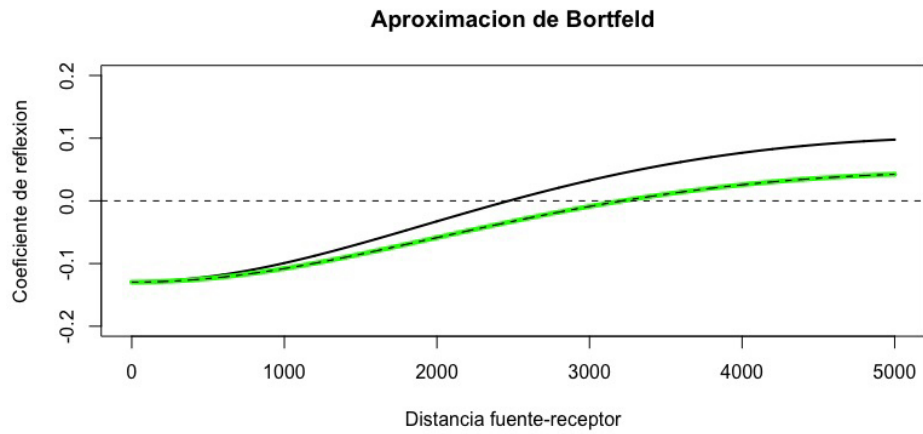


Figura 6.52: Evaluación de la aproximación de Bortfeld, ejemplo 4, colores según figura 6.2.

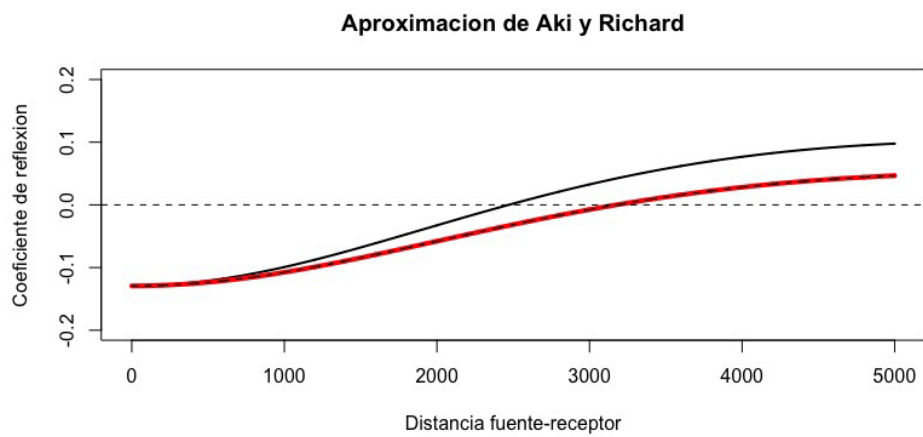


Figura 6.53: Evaluación de la aproximación de Aki y Richards, ejemplo 4, colores según figura 6.2.

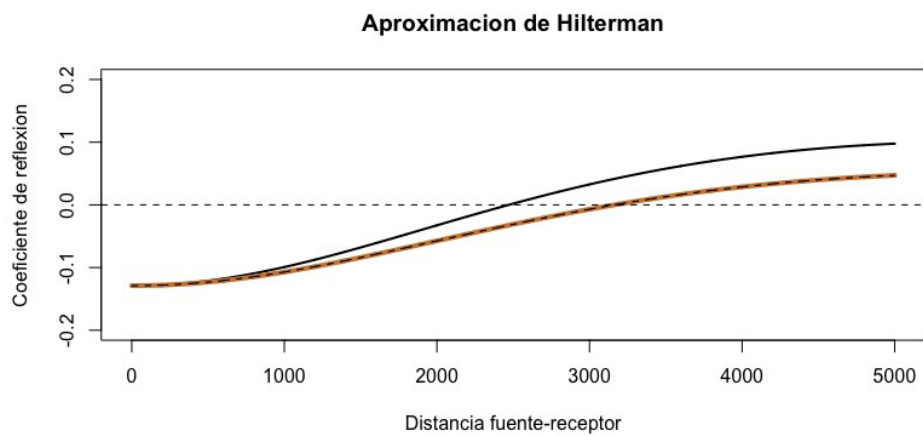


Figura 6.54: Evaluación de la aproximación de Hilterman, ejemplo 4, colores según figura 6.2.

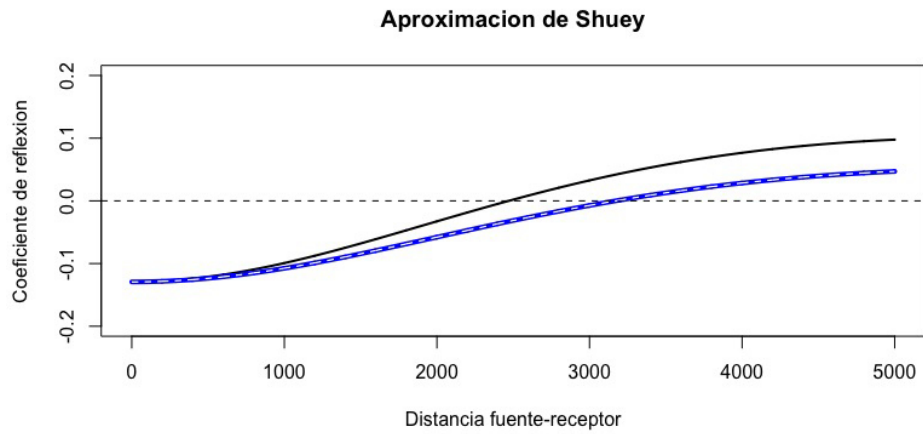


Figura 6.55: Evaluación de la aproximación de Shuey, ejemplo 4, colores según figura 6.2.

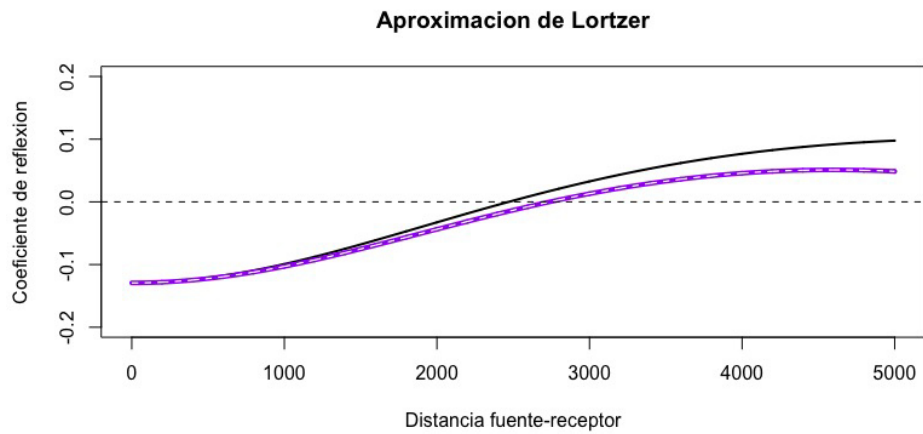


Figura 6.56: Evaluación de la aproximación de Lörtzer, ejemplo 4, colores según figura 6.2.

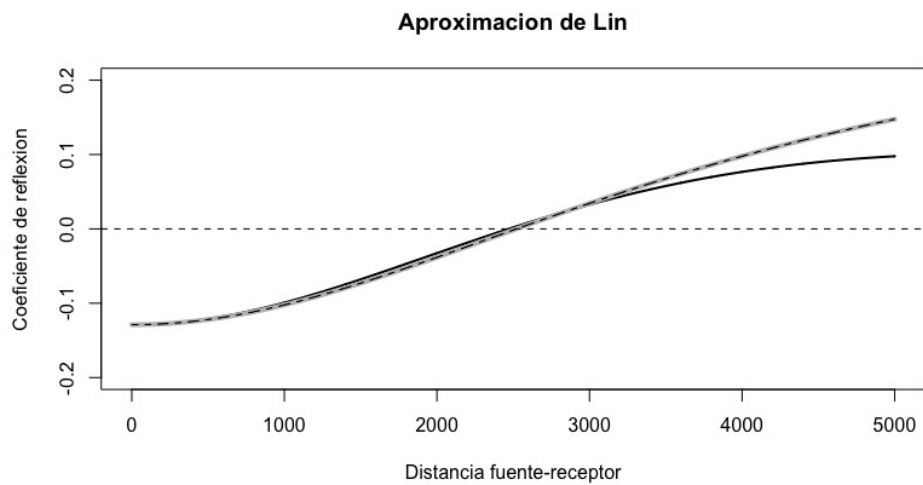


Figura 6.57: Evaluación de la aproximación de Lin, ejemplo 4, colores según figura 6.2.

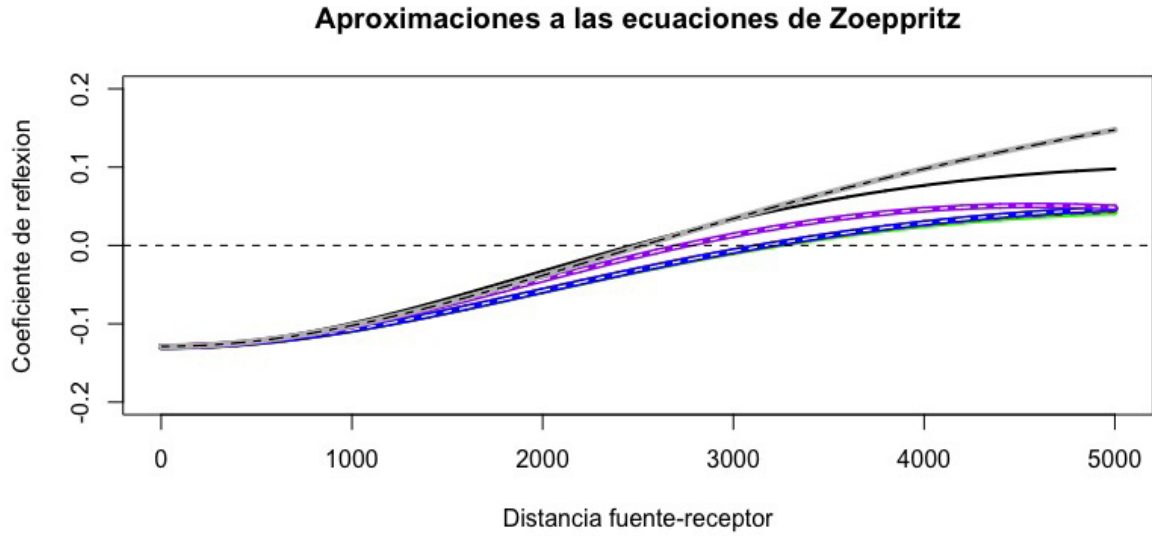


Figura 6.58: Evaluación de las ecuaciones de Zoeppritz y sus aproximaciones, ejemplo 4, colores según figura 6.2.

6.2.3. Inversión de las aproximaciones a las ecuaciones de Zoeppritz (Problema inverso)

Una vez realizadas las evaluaciones de la sección anterior, se desarrolla un algoritmo para la inversión de datos. Una vez conocido el problema directo por medio de las pruebas realizadas, se pueden comenzar a probar los parámetros con el fin de comparar los resultados con el coeficiente de reflexión, en este caso comparados con los resultados obtenidos de las evaluaciones hechas con las ecuaciones transformadas.

Para esta inversión se recurre al método de **estrategias evolutivas**, las cuales provienen de modificar los **algoritmos evolutivos**. Como ya se mencionó y describió en la sección 5.1.2, esta metaheurística la cual trabaja con procesos estocásticos y asemeja su estrategia a la teoría de evolución propuesta por Charles Darwin y cuyo pseudocódigo base se muestra en la sección 6.59.

Las siguientes funciones, a diferencia de las anteriores, buscan los parámetros $(\alpha_1, \beta_1, \rho_1, \alpha_2, \beta_2$ y $\rho_2)$ que mejor asemejen la evaluación de estos en las funciones, contra el coeficiente de reflexión observado. Funcionan con diferentes parámetros, como son un

vector L el cual se compone de 6 valores y denominado así por que este almacena los límites en que la función realizará la búsqueda, en donde $L(1)$ y $L(2)$ son los límites mínimo y máximo en la búsqueda de los parámetros ρ_1 y ρ_2 , a los cuales llamaremos *RoMin* y *RoMax*. $L(3)$ y $L(4)$ son los límites mínimo y máximo en la búsqueda de los parámetros α_1 y α_2 a las cuales nos referiremos como *VelAlfaMin* y *VelAlfaMax*. $L(5)$ y $L(6)$ son los límites mínimo y máximo en la búsqueda de los parámetros β_1 y β_2 , los cuales nombraremos como *VelBetaMin* y *VelBetaMax* respectivamente. Los factores x , z e I se suponen conocidos y representan la distancia maxima, la profundidad y el intervalo dado por la distancia entre geófonos considerados equidistantes, finalmente el elemento P , que está dado por un vector de 6 elementos en los que $P(1)$ es el número de generaciones que realizará la función a la cual se refiere dentro del algoritmo por la palabra *ngeneraciones*. $P(2)$ es la cantidad de individuos que se presentaran en cada generación, incluyendo a la población inicial a la cual se refiere dentro del algoritmo por la palabra *nind*. $P(3)$ es la cantidad de variables que contendrá cada individuo, en este caso 6, las cuales son los parámetros a encontrar a la cual se refiere dentro del algoritmo por la palabra *nvar*. $P(4)$ y $P(5)$ son el valor mínimo y máximo de desviaciones estándar que la mutación dentro el código tendrá como libertad durante su búsqueda (este valor disminuye con respecto al número de generaciones) a los cuales se les refiere dentro del algoritmo por las palabras *stdmin* y *stdmax* respectivamente. $P(6)$ que define la cantidad de torneos realizados por cada generación para cada individuo, con el fin de buscar a los mejores individuos en cada una de ellas, al cual se refiere dentro del algoritmo por las literales *tt*.

Una vez encontrados estos parámetros, éstos se evalúan con ayuda de las funciones vistas en la sección 6.2.2. Posteriormente, el proceso de la comparación para los resultados es similar al utilizado en la sección anterior en donde se realizó la comparación de las aproximaciones a las ecuaciones de Zoeppritz transformadas contra las originales, con el siguiente modelo

$$E_t = \sum_{i=0}^n |Rt_o - Rt_t| \quad (6.40)$$

En el cual, como ya se mencionó antes, E_t representa el error total, Rt_o es el coeficiente de reflexión calculado de la ecuación original y Rt_t denota el coeficiente de reflexión calculado de la ecuación transformada.

Pseudocódigo

El pseudocódigo de estas funciones es un tanto más complejo, que los pseudocódigos de las funciones mencionadas en la sección 6.2.1 y la sección 6.2.2. La inversion utiliza una secuencia basada en **algoritmos evolutivos**, que se basa en el flujo mostrado en la figura 6.59, además de la gráfica y comparación de resultados.



Figura 6.59: Pseudo código base en los algoritmos evolutivos.

- ♠ La función recibe los parámetros, que constan de un vector L de 6 elementos que contiene los límites de búsqueda para la función en donde

$$L = [RoMin, \quad RoMax, \quad VelAlfaMin, \quad VelAlfaMax, \quad VelBetaMin, \quad VelBetaMax]$$

Un vector P de igual tamaño, que contiene los parámetros de búsqueda para la parte del desarrollo de la estrategia evolutiva, en donde

$$P = [n generaciones, \quad nind, \quad nvar, \quad stdmin, \quad stdmax, \quad tt]$$

Además del valor de la profundidad, distancia máxima y la distancia entre geófonos, las cuales se representan por z , x y I , respectivamente, se suponen conocidas.

- ♠ La función regresa un vector de tamaño 6, en el que se encuentra un juego de parámetros que coincide con el modelo propuesto para este caso, ya que estos modelos se están probando contra modelos conocidos, los cuales fueron desarrollados en las secciones anteriores.
- ♠ Estos parámetros al evaluarse contra cada ecuación generan un coeficiente de reflexión el cual está definido como "Rt".
- ♠ La función llama a su aproximación, la cual evalúa a su ecuación equivalente en el dominio de la distancia y tiempo, y utiliza su información para graficar su Rt y calcular el error.

- ♠ Utilizando el Rt obtenido de la función anterior grafica contra una secuencia generada a partir de la distancia máxima y el intervalo entre geófonos.
- ♠ Finalmente el vector Rt obtenido a partir de la función invertida es trazado como una línea punteada sobre la gráfica de la función dibujada como problema directo, con el fin de observar claramente la similitud entre ellas y su comparación con las ecuaciones de Zoeppritz.

Ejemplo del código

A continuación se muestra un ejemplo de como ejecutar las funciones realizadas para el algoritmo, las cuales se nombraron y a las que nos referiremos como **AlEvo's** en el presente trabajo, debido a la abreviación de las palabras *Algoritmo Evolutivo*, y se realizaron en el lenguaje gráfico de programación R. Es importante mencionar que para la inversión estas funciones fueron calibradas con datos generados a partir de los ejemplos 1 a 4 previamente mencionados. Es por ello que en los códigos que se muestran se resuelve primero el problema directo, con el fin de obtener el coeficiente de reflexion observado (Rt_{obs}) y posteriormente con este realizar la inversion de datos de acuerdo al modelo de inversion que se puede representar de forma general en la ecuación [6.41](#).

$$s(k) = \sum_{k=1}^n |Rt_{obs} - Rt_{cal}| \quad (6.41)$$

La cual está expresada como un problema de optimización, en donde se busca un mínimo. Es decir que mientras la función se encuentre probando los parámetros propuestos, los que más se aproximen al valor de 0 se consideraran mejores individuos, por lo tanto mejores resultados para la inversión.

```
> D<-c(4000,2250,2465,3250,1250,2341)
> z<-2000
> x<-5000
> I<-1
> L<-c(12,2900,3000,5000,1000,4000)
> P<-c(500,25,6,-3,3,25)
> source('/Documents/R/4S/ZoePDx.R')
```



```
> source(' /Documents/R/4S/BortPDx.R')  
  
> source(' /Documents/R/4S/BortAlEvo.R')  
  
> Rt<-ZoePD(D,z,x)  
  
> RtBortx<-BortPDx(D,z,x,I)  
  
> DBort<-BortAlEvo(L,z,x,P,RtBortx,I)  
  
> IRtBort<-BortPDx(DBort,z,x,I)  
  
> l <- x/2  
  
> x <- seq(0,l*2,2)  
  
> plot(x,Rt,'l',col='black',lwd=2,ylim = c(-0.2,0.2),main = 'Aproximación de  
  Bortfeld',ylab = 'Coeficiente de reflexion',xlab = 'Distancia fuente-receptor')  
  
> lines(x,RtBortx,col='green',lwd=4)  
  
> lines(x,IRtBort,col='black',lwd=1,lty=2)  
  
> abline(h=0,lty=2)
```

Ejemplo 1

Los parámetros propuestos para el primer modelo son los siguientes

Parámetros	α_1	β_1	ρ_1	α_2	β_2	ρ_2
Modelo 1	4000	2000	2465	5000	2500	2607

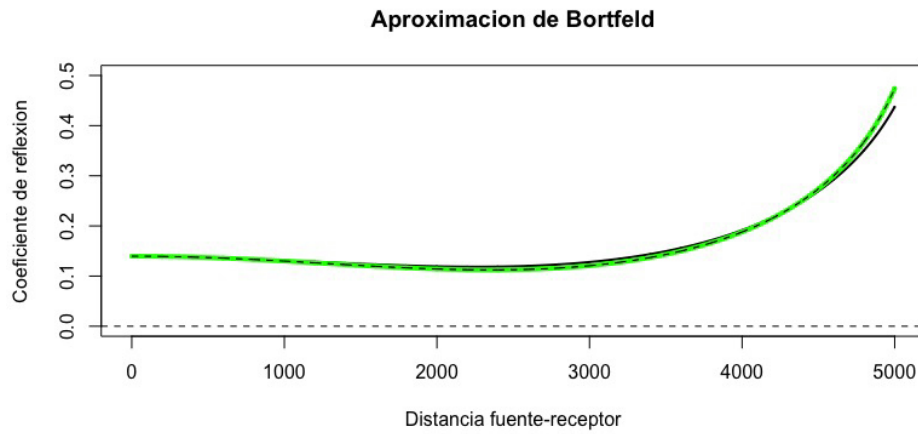


Figura 6.60: Aproximación de Bortfeld, ejemplo 1, colores según figura 6.2.

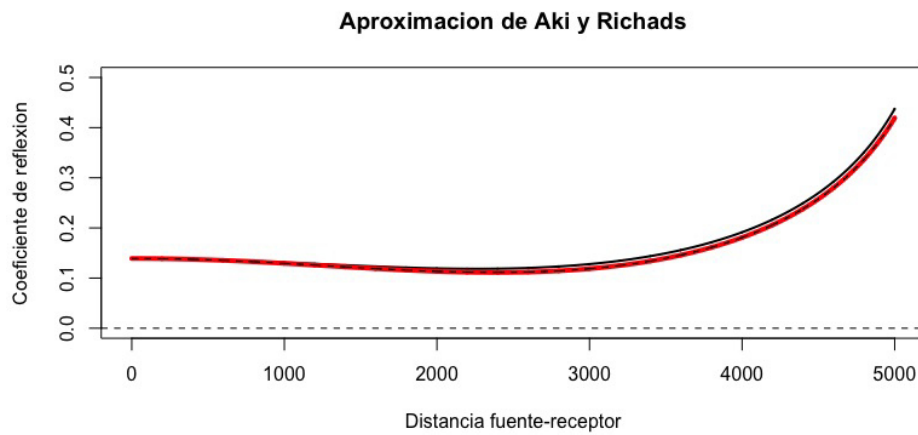


Figura 6.61: Evaluación de la aproximación de Aki y Richards, ejemplo 1, colores según figura 6.2.

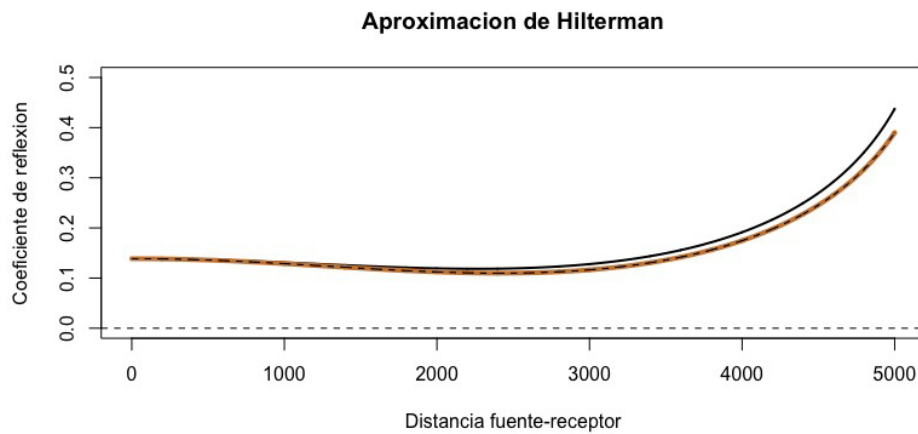


Figura 6.62: Evaluación de la aproximación de Hilterman, ejemplo 1, colores según figura 6.2.

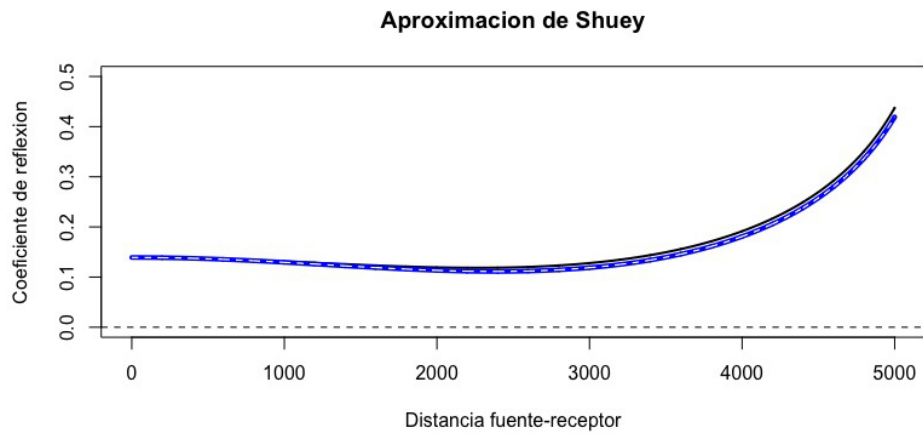


Figura 6.63: Evaluación de la aproximación de Shuey, ejemplo 1, colores según figura 6.2.

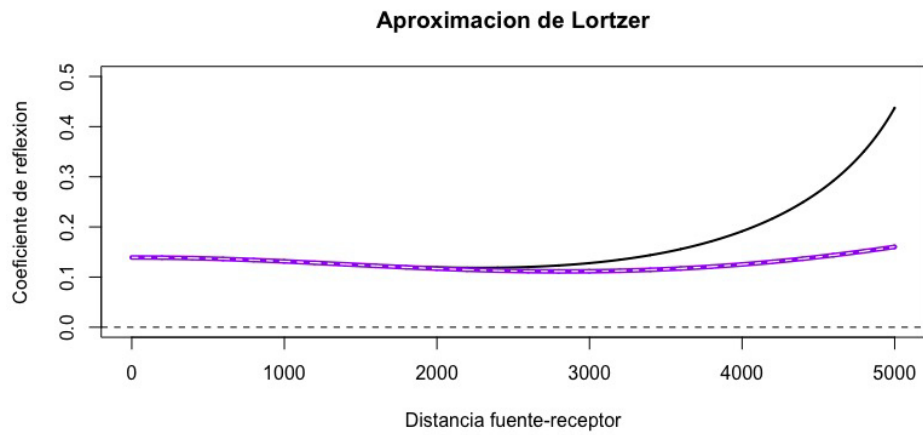


Figura 6.64: Evaluación de la aproximación de Lörtzer, ejemplo 1, colores según figura 6.2.

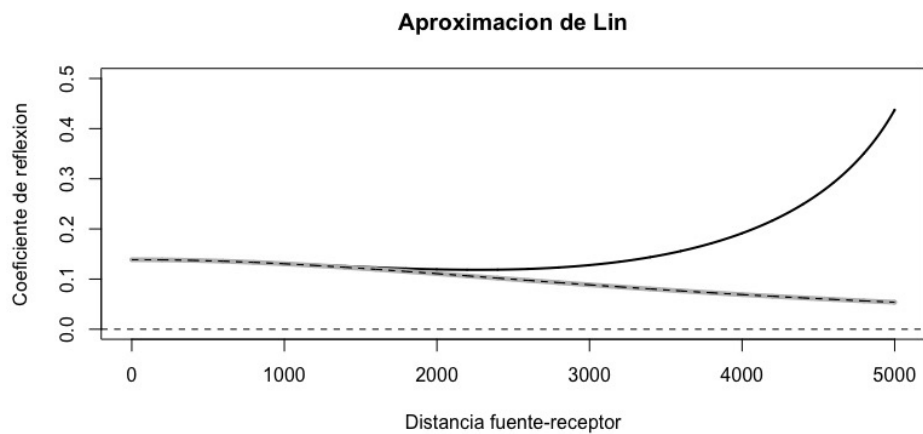


Figura 6.65: Evaluación de la aproximación de Lin, ejemplo 1, colores según figura 6.2.

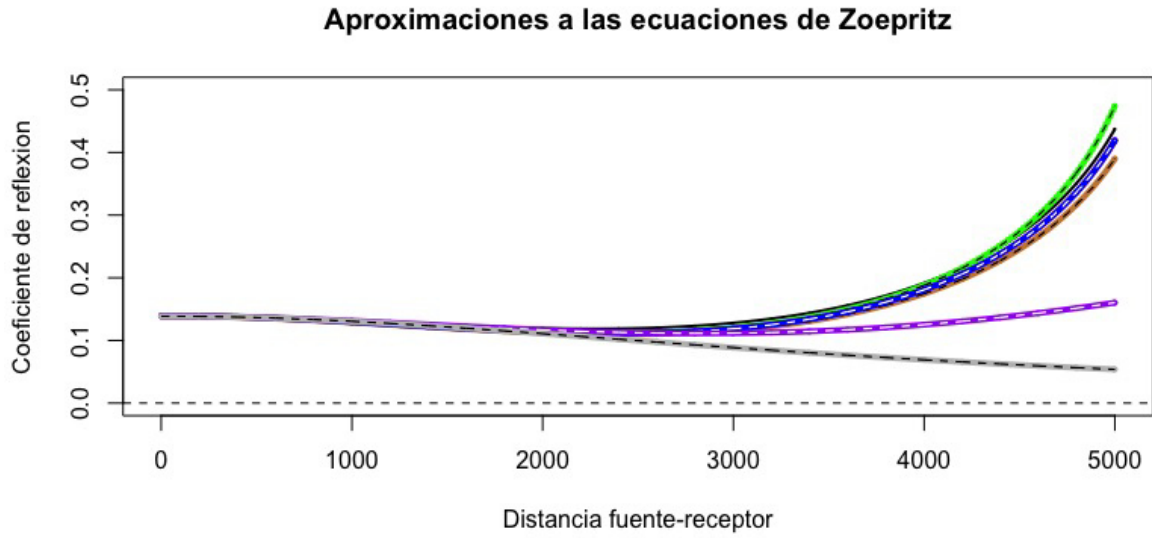


Figura 6.66: Evaluación de las ecuaciones de Zoeppritz y sus aproximaciones, ejemplo 1, colores según figura 6.2.

Como resultado final en la comparación de gráficas, se presenta el valor reportado por el algoritmo para cada ecuación invertida contra su correspondiente resultado como problema Directo:

- Error para la aproximación de Bortfeld = 2.735173×10^{-13}
- Error para la aproximación de Aki y Richards = 4.145654×10^{-13}
- Error para la aproximación de Hilterman = 2.437078×10^{-13}
- Error para la aproximación de Shuey = 5.047109×10^{-11}
- Error para la aproximación de Lörtzer = 8.227536×10^{-12}
- Error para la aproximación de Lin = 4.485923×10^{-11}

Ejemplo 2

Los parámetros propuestos para el segundo modelo son los siguientes

Parámetros	α_1	β_1	ρ_1	α_2	β_2	ρ_2
Modelo 2	4000	2000	2465	3000	1500	2294

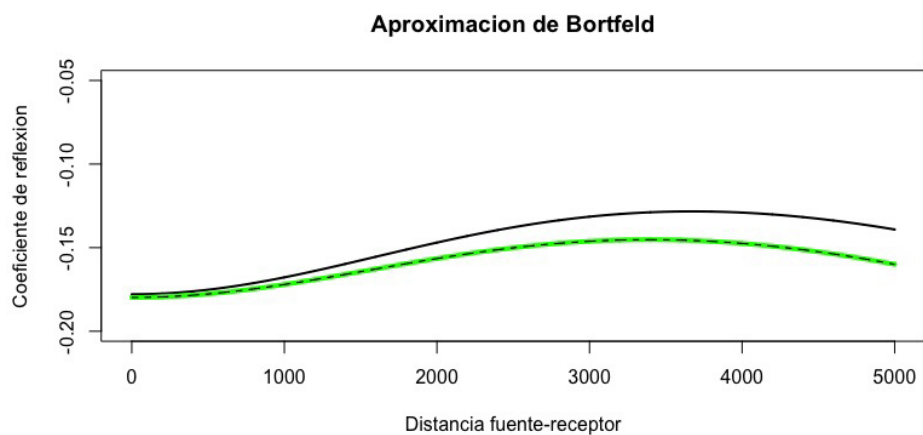


Figura 6.67: Evaluación de la aproximación de Bortfeld, ejemplo 2, colores según figura 6.2.

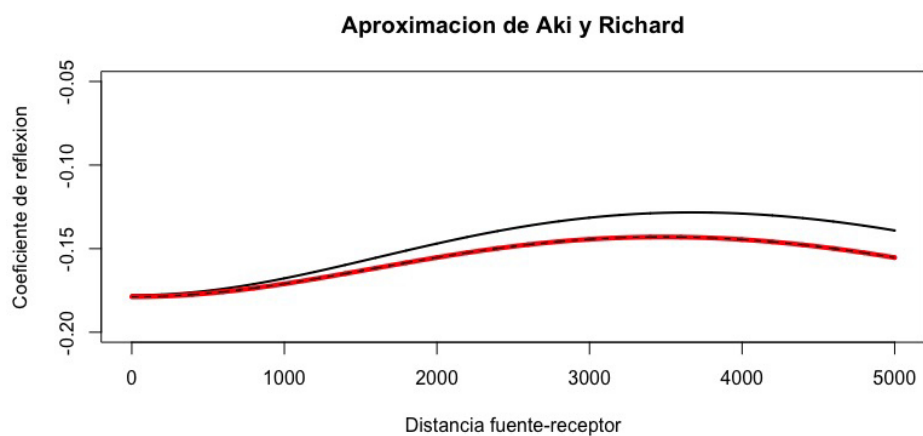


Figura 6.68: Evaluación de la aproximación de Aki y Richards, ejemplo 2, colores según figura 6.2.

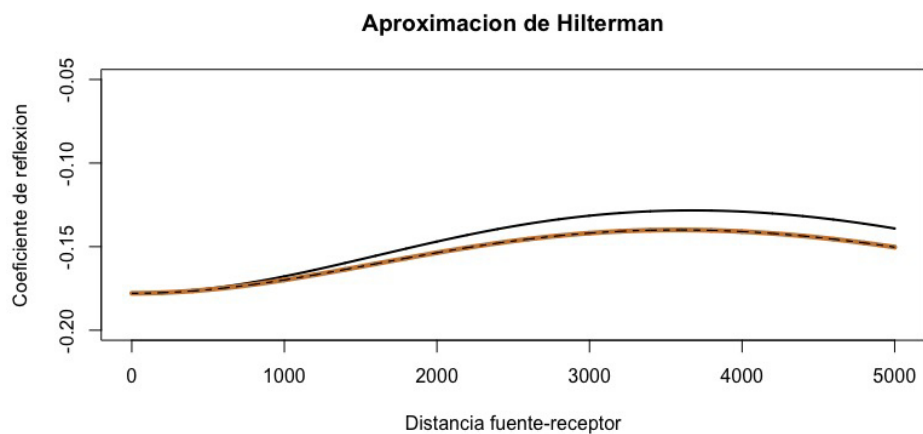


Figura 6.69: Evaluación de la aproximación de Hilterman, ejemplo 2, colores según figura 6.2.

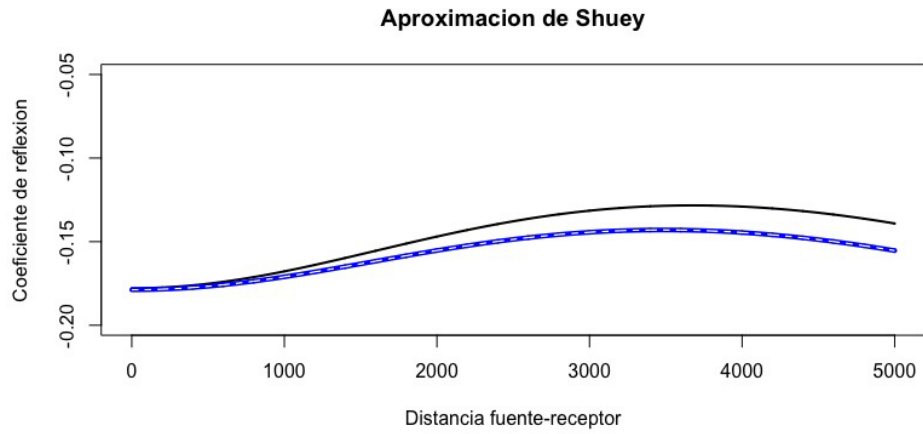


Figura 6.70: Evaluación de la aproximación de Shuey, ejemplo 2, colores según figura 6.2.

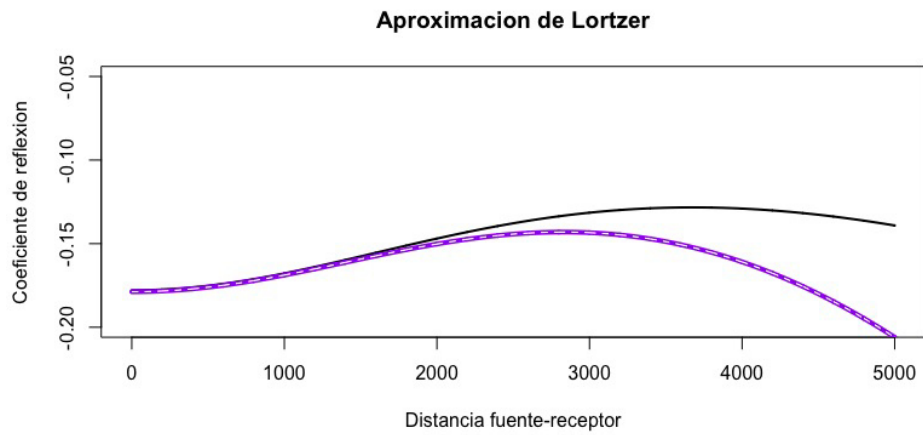


Figura 6.71: Evaluación de la aproximación de Lörtzer, ejemplo 2, colores según figura 6.2.

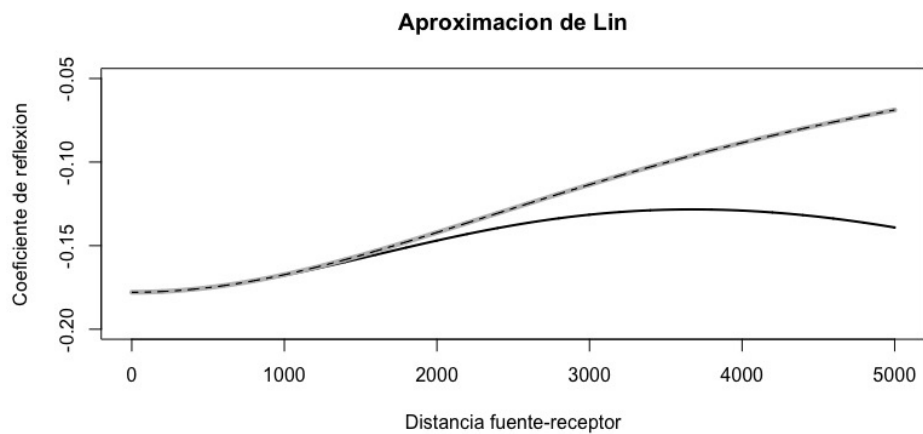


Figura 6.72: Evaluación de la aproximación de Lin, ejemplo 2, colores según figura 6.2.

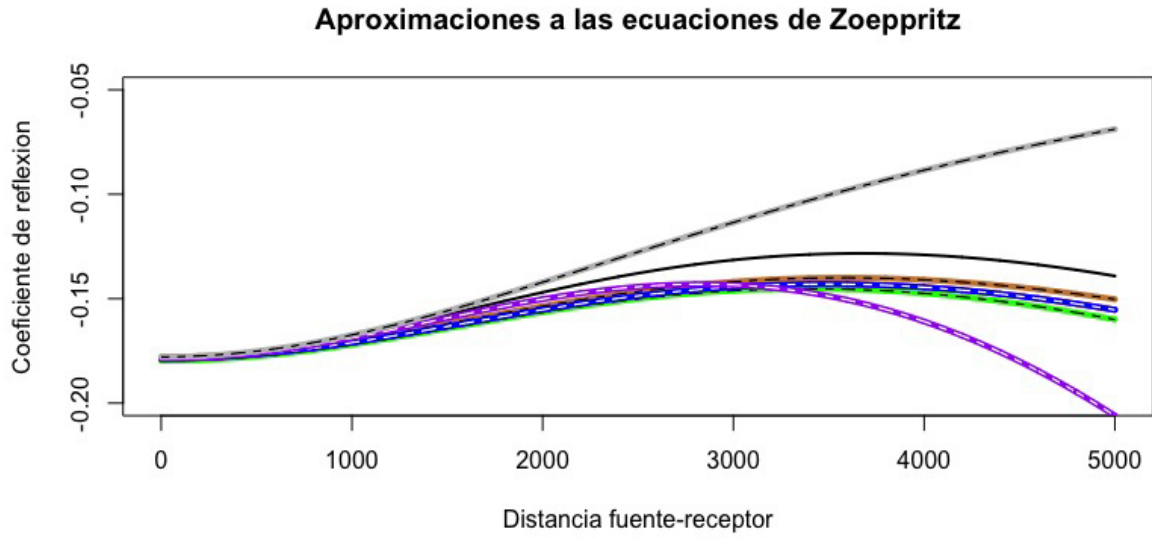


Figura 6.73: Evaluación de las ecuaciones de Zoeppritz y sus aproximaciones, ejemplo 2, colores según figura 6.2.

Como resultado final en la comparación de gráficas, se presenta el valor reportado por el algoritmo para cada ecuación invertida contra su correspondiente resultado como problema Directo:

- Error para la aproximación de Bortfeld = 4.920844×10^{-11}
- Error para la aproximación de Aki y Richards = 2.214188×10^{-11}
- Error para la aproximación de Hilterman = 3.590061×10^{-11}
- Error para la aproximación de Shuey = 6.871183×10^{-11}
- Error para la aproximación de Lörtzer = 7.408630×10^{-11}
- Error para la aproximación de Lin = 5.858177×10^{-11}

Ejemplo 3

Los parámetros propuestos para el tercer modelo son los siguientes

Parámetros	α_1	β_1	ρ_1	α_2	β_2	ρ_2
Modelo 3	4000	1700	2465	4750	3000	2573

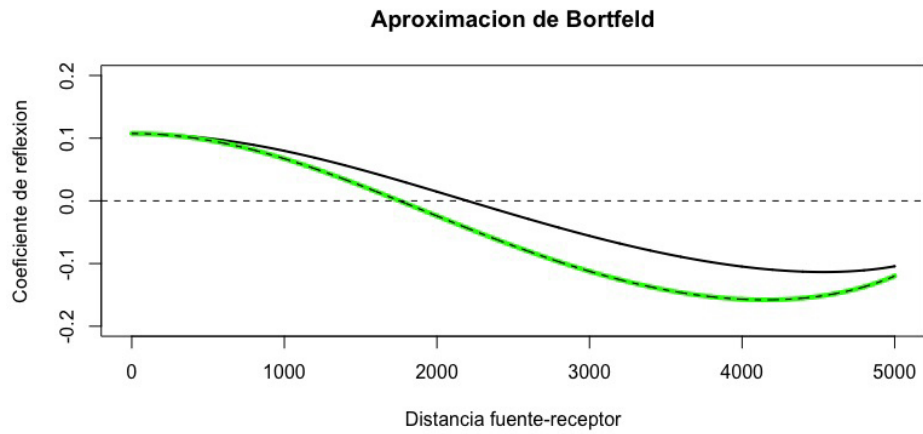


Figura 6.74: Evaluación de la aproximación de Bortfeld, ejemplo 3, colores según figura 6.2.

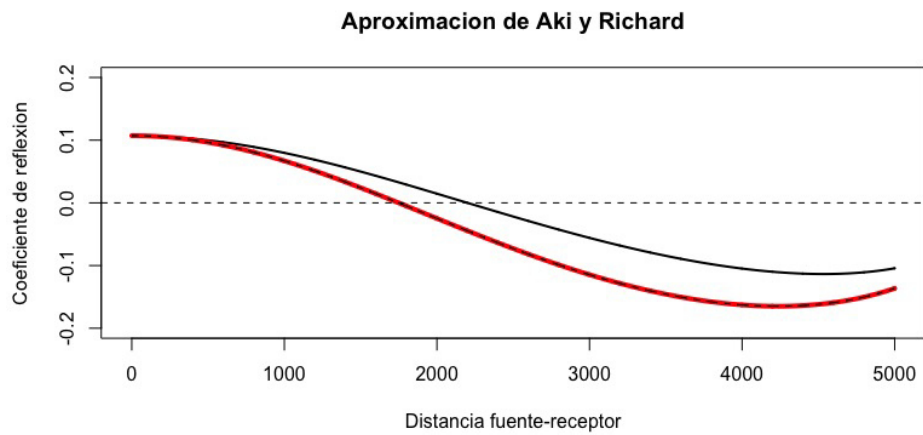


Figura 6.75: Evaluación de la aproximación de Aki y Richards, ejemplo 3, colores según figura 6.2.

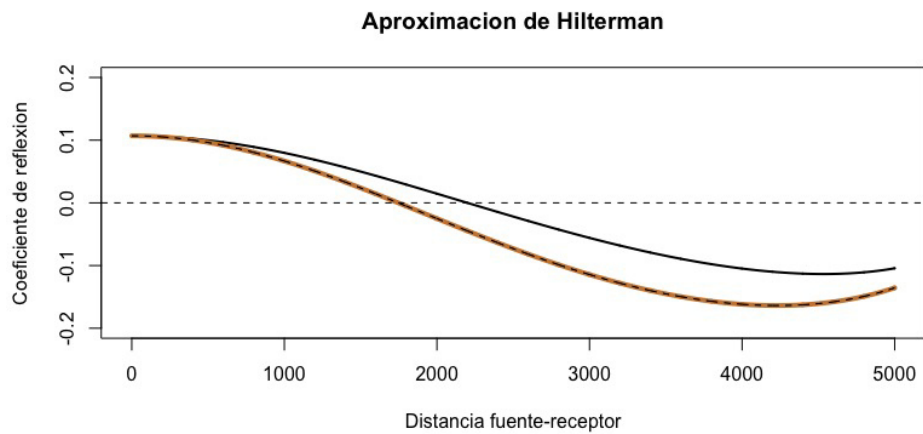


Figura 6.76: Evaluación de la aproximación de Hiltermann, ejemplo 3, colores según figura 6.2.

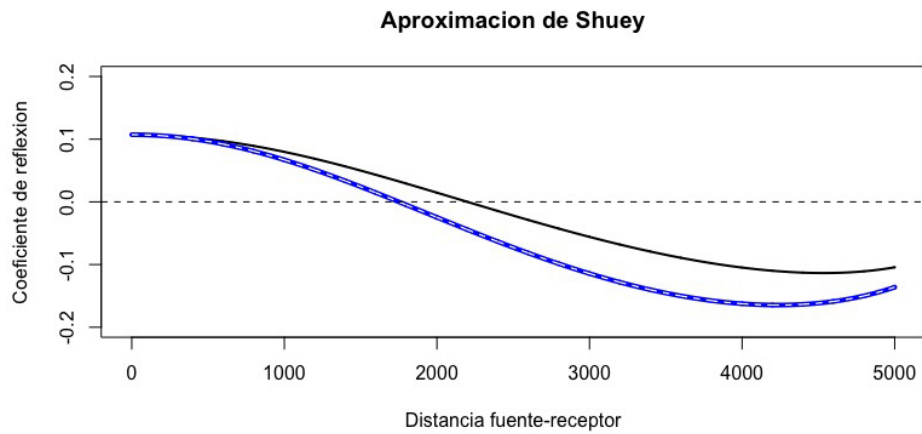


Figura 6.77: Evaluación de la aproximación de Shuey, ejemplo 3, colores según figura 6.2.

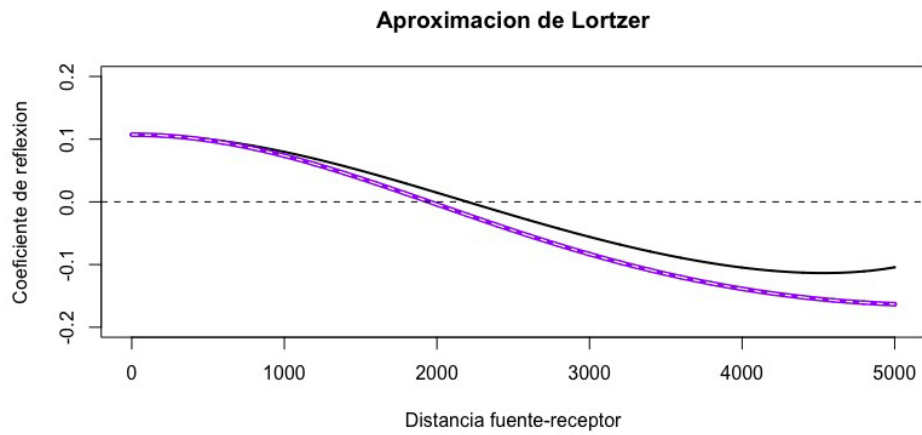


Figura 6.78: Evaluación de la aproximación de Lörtzer, ejemplo 3, colores según figura 6.2.

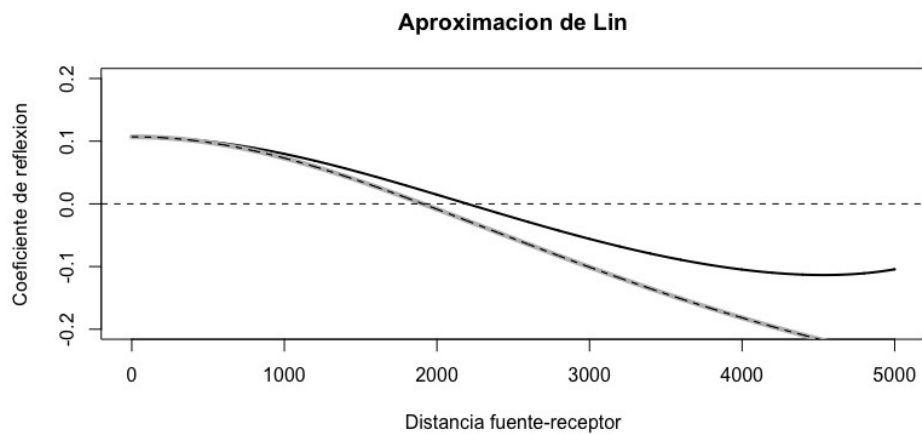


Figura 6.79: Evaluación de la aproximación de Lin, ejemplo 3, colores según figura 6.2.

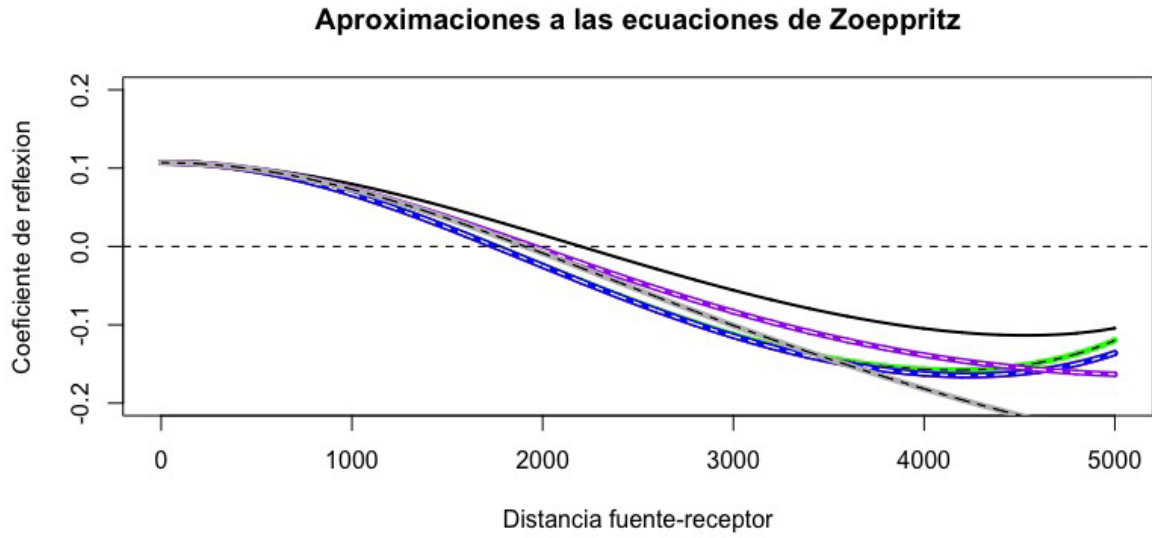


Figura 6.80: Evaluación de las ecuaciones de Zoeppritz y sus aproximaciones, ejemplo 3, colores según figura 6.2.

Como resultado final en la comparación de gráficas, se presenta el valor reportado por el algoritmo para cada ecuación invertida contra su correspondiente resultado como problema Directo:

- Error para la aproximación de Bortfeld = 6.537897×10^{-13}
- Error para la aproximación de Aki y Richards = 5.423659×10^{-11}
- Error para la aproximación de Hilterman = 7.143090×10^{-11}
- Error para la aproximación de Shuey = 7.327726×10^{-11}
- Error para la aproximación de Lörtzer = 9.678269×10^{-12}
- Error para la aproximación de Lin = 9.278126×10^{-12}

Ejemplo 4

Los parámetros propuestos para el cuarto modelo son los siguientes

Parámetros	α_1	β_1	ρ_1	α_2	β_2	ρ_2
Modelo 4	4000	2250	2465	3250	1250	2341

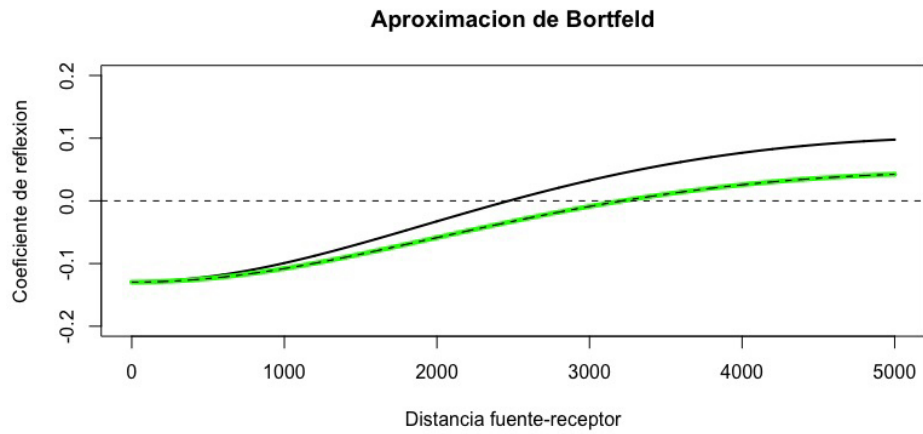


Figura 6.81: Evaluación de la aproximación de Bortfeld, ejemplo 4, colores según figura 6.2.

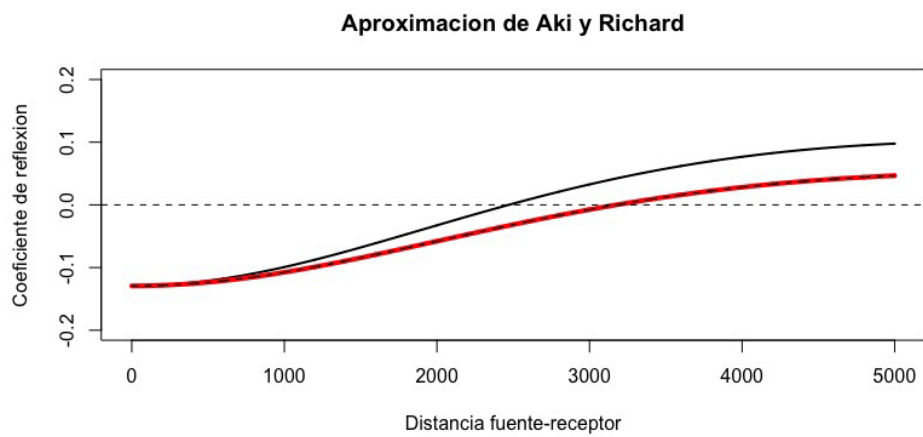


Figura 6.82: Evaluación de la aproximación de Aki y Richards, ejemplo 4, colores según figura 6.2.

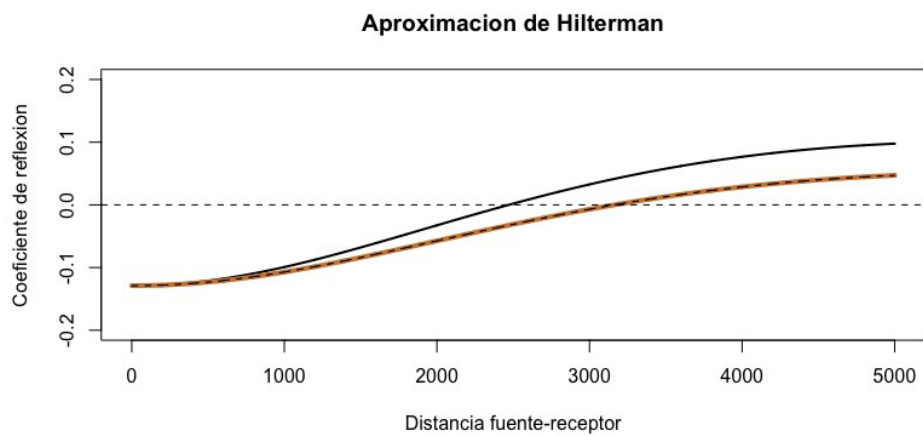


Figura 6.83: Evaluación de la aproximación de Hilterman, ejemplo 4, colores según figura 6.2.

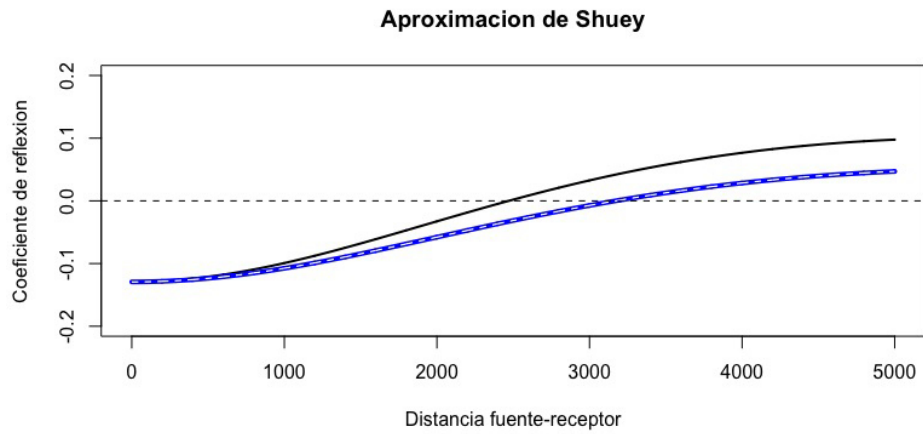


Figura 6.84: Evaluación de la aproximación de Shuey, ejemplo 4, colores según figura 6.2.

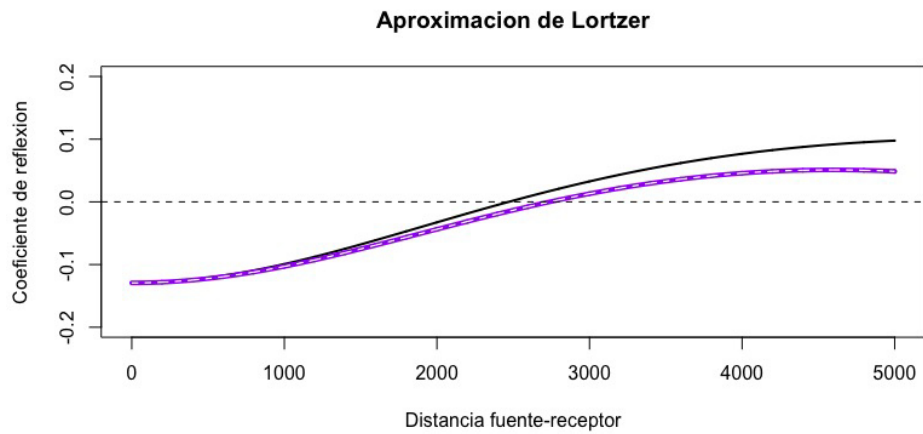


Figura 6.85: Evaluación de la aproximación de Lörtzer, ejemplo 4, colores según figura 6.2.

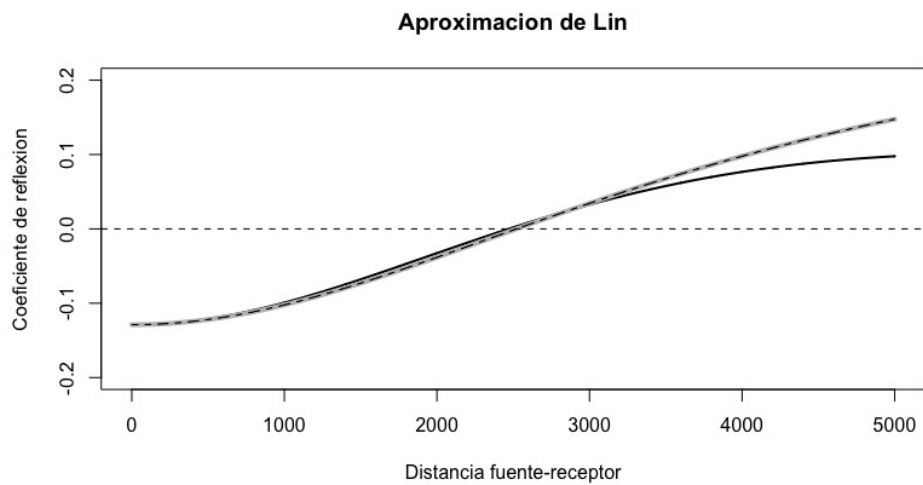


Figura 6.86: Evaluación de la aproximación de Lin, ejemplo 4, colores según figura 6.2.

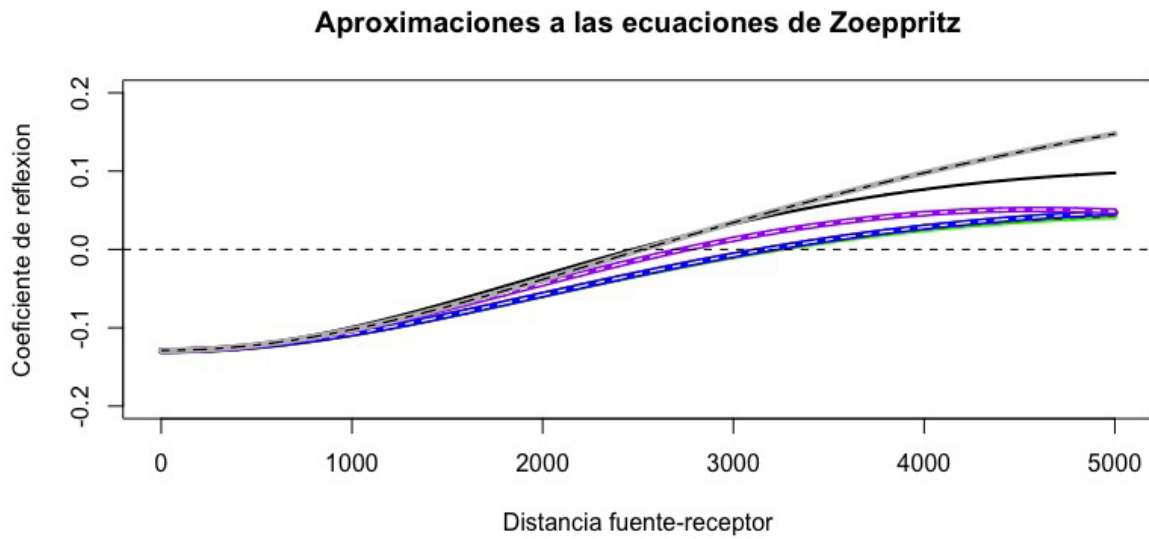


Figura 6.87: Evaluación de las ecuaciones de Zoeppritz y sus aproximaciones, ejemplo 4, colores según figura 6.2.

Como resultado final en la comparación de gráficas, se presenta el valor reportado por el algoritmo para cada ecuación invertida contra su correspondiente resultado como problema Directo:

- Error para la aproximación de Bortfeld = 6.373444×10^{-10}
- Error para la aproximación de Aki y Richards = 3.423344×10^{-9}
- Error para la aproximación de Hilterman = 2.192386×10^{-11}
- Error para la aproximación de Shuey = 2.039447×10^{-12}
- Error para la aproximación de Lörtzer = 6.983469×10^{-13}
- Error para la aproximación de Lin = 9.073038×10^{-13}

Capítulo 7

Resultados

Una vez calibradas las funciones que componen el algoritmo general, se procede a aplicar este algoritmo de la misma forma, resolviendo el problema directo e invirtiendo a partir de los coeficientes de reflexión observados, pero con datos reales extraídos de (Montalvo et al., 2011), esto con el fin de demostrar que la metodología propuesta en el presente trabajo funciona contra diferentes conjuntos de datos y siempre es una buena idea probar las nuevas metodologías contra datos reales, una vez probadas con datos sintéticos.

(Montalvo et al., 2011) reporta datos de la realización de perfiles sísmicos y calcular sus valores promedio para V_{S30} para materiales geológicos, los datos encontrados en estas tablas, además de la realización de algunos cálculos como son la obtención de los valores para velocidades S a partir de las velocidades de onda P y su relación V_s/V_p , se obtuvieron los parámetros necesarios para realizar el experimento.

A partir de los datos obtenidos para las formaciones de la Sierra Madre Oriental, se eligieron valores de 4 formaciones geológicas específicas, de acuerdo a la tabla estratigráfica de la zona, estas formaciones se encuentran en contacto en algunas zonas, como ejemplos para generar modelos para la inversión.

A partir de los 4 conjuntos de parámetros obtenidos de las formaciones San Felipe, Agua Nueva, Cuesta del Cura y Tamaulipas Superior se generaron 3 modelos de dos capas, con propiedades homogéneas e isotópicas a partir de los cuales se aplicaron las funciones realizadas generando coeficientes de reflexión como problema directo y realizando su inversión con el fin de regresar a los parámetros originalmente reportados por el autor.

Para los resultados de este trabajo, se realizó un último algoritmo que integra algunas de las funciones mostradas previamente, pero esta vez aplica las funciones en

Tabla 7.1: Propiedades físicas de algunas formaciones geológicas, tomados de ([Montalvo et al., 2011](#))

Formación	α	β	ρ	Profundidad (z)
San Felipe	3968.333 m/s	2381 m/s	2460.445 Kg/m ³	150 m
Agua Nueva	3586.667 m/s	2152 m/s	2399.023 Kg/m ³	100 m
Cuesta del Cura	3540.000 m/s	1770 m/s	2391.181 Kg/m ³	70 m
Tamaulipas Superior	4660.000 m/s	2330 m/s	2561.287 Kg/m ³	210 m

ciclos determinados encontrando una respuesta que ajuste al modelo para cada uno de ellos. Además agrega dos nuevas ventanas de visualización con el objetivo de facilitar el entendimiento del experimento realizado, tanto de forma visual, como de forma teórica. Dicho algoritmo consta de tres fases, las cuales se describen a grandes rasgos a continuación, otro factor importante de este nuevo algoritmo es que ahora cuenta con la realización de histogramas con los resultados obtenidos; además de la aplicación de condiciones utilizadas como filtro, con el fin de reducir la cantidad los conjuntos de parámetros encontrados como respuestas por cada ciclo.

- ★ Representación gráfica del experimento, por medio del trazado de rayos correspondiente al modelo de dos capas, para geófonos equidistantes entre si, colocados en serie a diferentes distancias de la fuente.
- ★ Evaluación y gráfica de los coeficientes de reflexión como problema directo e inverso, para las aproximaciones a las ecuaciones de Zoeppritz, así como el cálculo del error entre ellas.
- ★ Generación de un sismograma sintético que representa el comportamiento del coeficiente de reflexión en relación a la distancia, obtenido con ayuda de la ondícula de Ricker.
- ★ Filtrado de las soluciones encontradas previamente, por medio de filtros considerados como información conocida de las propiedades de los materiales, así como de la o las singularidades del área de estudio.

Es importante mencionar que se utilizan filtros para acotar parámetros y reducir considerablemente las mejores respuestas. En este caso se utilizó como filtro la relación de Gardner que involucra la densidad de los materiales (ρ) con su velocidad P (α), la cual esta dada por la ecuación $\rho = 0.31V_p^{0.25}$, discriminando a los resultados obtenidos

que no cumplen con dicha relación.

Los parámetros para la solución del problema directo, del cual se origina el coeficiente de reflexión (Rt) fueron tomados de los datos reportados por (Montalvo et al., 2011) para las formaciones geológicas antes mencionadas. Sin embargo, en este caso es de suma importancia declarar los parámetros base utilizados para la búsqueda durante la inversión, los cuales se muestran a continuación:

- ◆ Densidad (ρ) mínima $\leftarrow 12 \text{ Kg/m}^3$
- ◆ Densidad (ρ) máxima $\leftarrow 2900 \text{ Kg/m}^3$
- ◆ Velocidad alfa (α) mínima $\leftarrow 2900 \text{ m/s}$
- ◆ Velocidad alfa (α) máxima $\leftarrow 4800 \text{ m/s}$
- ◆ Velocidad beta (β) mínima $\leftarrow 1000 \text{ m/s}$
- ◆ Velocidad beta (β) máxima $\leftarrow (< \alpha) \text{ m/s}$
- ◆ Número de generaciones $\leftarrow 500$
- ◆ Número de individuos $\leftarrow 25$
- ◆ Número de variables $\leftarrow 6$
- ◆ Máximo de desviaciones estándar $\leftarrow 3$
- ◆ Mínimo de desviaciones estándar $\leftarrow -3$
- ◆ Tamaño de torneo $\leftarrow 25$
- ◆ Número de ciclos $\leftarrow 4000$

Ejemplo del código

En este ejemplo se muestra una secuencia del código realizado para el algoritmo utilizado para mostrar resultados. Sin embargo, este está preparado específicamente para los parámetros obtenidos de las formaciones geológicas: San Felipe, Agua Nueva, Cuesta del Cura y Tamaulipas Superior, por lo que no es una función aplicable de forma general a diferencia de algunas funciones llamadas en él, como son: ZoePDx.R, BortPDx.R, BortAlEvo.R y SSintetico.R, entre otras más. Los elementos precedidos por el símbolo

\geq no pertenecen al código y solo muestran lo que el algoritmo realiza con ayuda de funciones auxiliares.

```
> graphics.off() rm(list=ls())

> source('/Documents/R/4S/ZoePDx.R')

> source('/Documents/R/4S/BortPDx.R')

> source('/Documents/R/4S/BortAlEvo.R')

> V <- matrix(0,4,4)

> V[1,] <- c(3968.333, 2381, 2460.445, 150)

> V[2,] <- c(3586.667, 2152, 2399.023, 100)

> V[3,] <- c(3540.000, 1770, 2391.181, 170)

> V[4,] <- c(4660.000, 2330, 2561.287, 210)

> k <- 1

> Alfa1 <- V[k ,1]; Beta1 <- V[k ,2]; Ro1 <- V[k ,3]

> Alfa2 <- V[(k+1),1]; Beta2 <- V[(k+1),2]; Ro2 <- V[(k+1),3]

> x <- 250; z <- V[k,4]; I <- 5

> n <- 4000

> D<-c(Alfa1,Beta1,Ro1,Alfa2,Beta2,Ro2)

> RppBortx <- BortPDx( D,z,x,I)

> RoMin <- 12; RoMax <- 2900

> VelAlfaMin <- 3000; VelAlfaMax <- 5000

> VelBetaMin <- 1000; VelBetaMax <- 4000

> ngeneraciones <- 500; nind <- 25; nvar <- 6; stdmin <- -3; stdmax <- 3; tt <- 25

> L <- c(RoMin, RoMax, VelAlfaMin, VelAlfaMax, VelBetaMin, VelBetaMax)

> P <- c(ngeneraciones, nind, nvar, stdmin, stdmax, tt)
```

```
> PPAki <- matrix(0,n,6)

> for(i in 1:n){
  PPAki[i,] <- AkiAlEvo( L, z, x ,P ,RppAkix, I)
  print(i)
}

≥ -Aplicación del filtro:  $\rho = 0.31V_p^{0.25}$ 

≥ -Grafica Tiro

≥ -Grafica Amplitud

≥ -Histogramas

≥ -Histogramas post filtro
```

7.1. Modelo San Felipe - Agua Nueva

Los parámetros propuestos para el primer modelo son mostrados en la tabla [7.2](#)

Tabla 7.2: Propiedades físicas de las formaciones geológicas, tomados de ([Montalvo et al., 2011](#))

Formación	α	β	ρ	Profundidad (z)
San Felipe	3968.333 m/s	2381 m/s	2460.445 Kg/m ³	150 m
Agua Nueva	3586.667 m/s	2152 m/s	2399.023 Kg/m ³	100 m

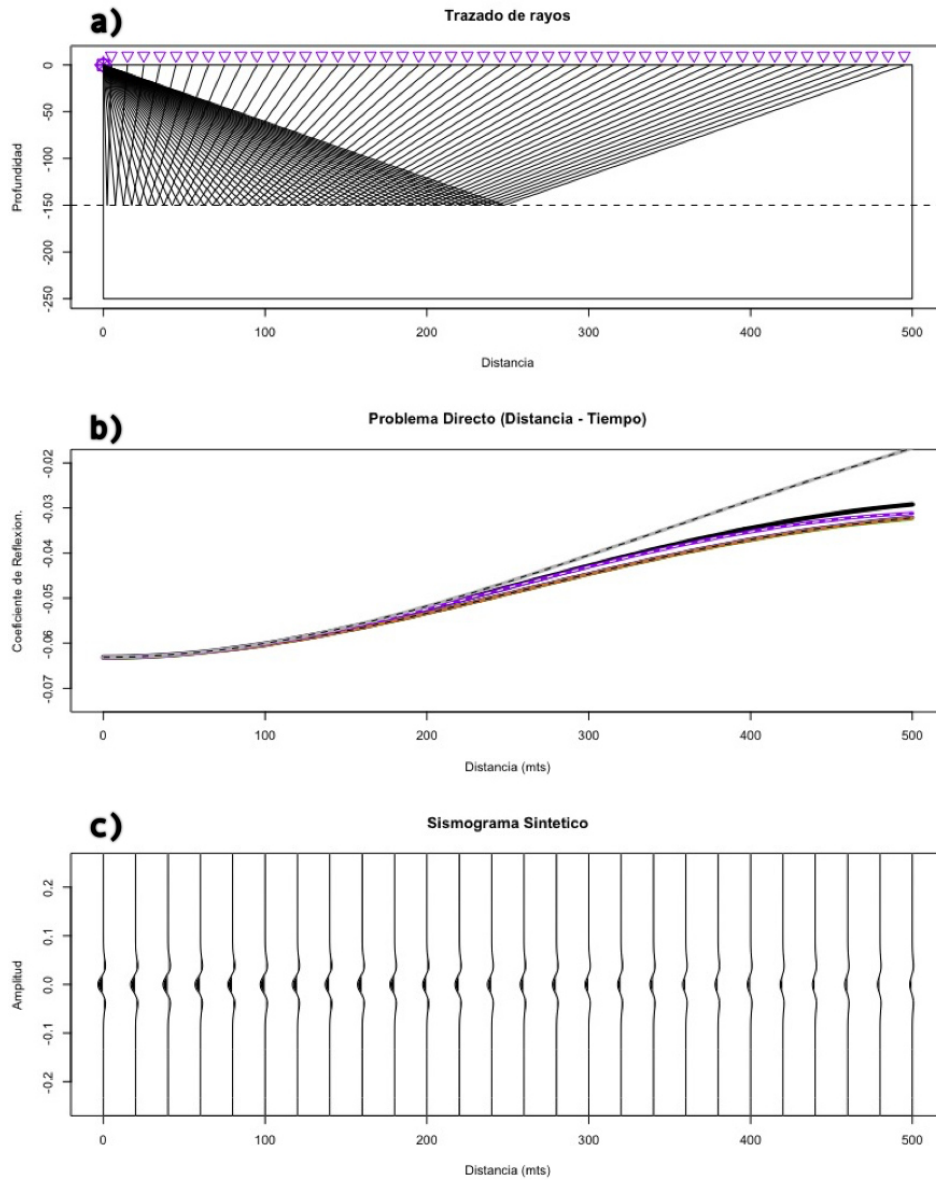


Figura 7.1: a) Representación geométrica del del modelo, usando trazado de rayos. b) Resultado de la inversion y grafica de los coeficientes de reflexión. c) Sismograma sintético realizado a partir del coeficiente de reflexión utilizando la ondícula de Ricker. Parámetros tabla 7.2, colores según figura 6.2.

Como se puede notar, la diferencia de parámetros entre formaciones no es muy contrastante, lo que favorece a las aproximaciones a las ecuaciones de Zoeppritz, como se ve reflejado en la gráfica correspondiente a la amplitud del coeficiente de reflexión. En ésta, es claro que todas las aproximaciones mostradas pueden considerarse confiables hasta aproximadamente 220 m de distancia entre fuente y receptor, y la mayoría continúan así hasta los 500 m que es la distancia maxima propuesta para el modelo.

Para este modelo, la función dentro del algoritmo encargada de la inversión se

ejecuto un total de 4000 veces para las 6 aproximaciones contempladas tardando en promedio 11.5 horas por cada aproximación y encontrando una respuesta por cada vez que lo realizo. 100 respuestas, de las 4000 obtenidas, fueron seleccionadas al azar y graficadas una sobre otra con el fin de demostrar que dado que el problema que se está atacando es un problema denominado dentro de la teoría inversa como *mal condicionado*, tiene soluciones infinitas y este algoritmo encontró y acotó cierta cantidad de ellas.

Se promedió la evaluación de las 100 respuestas y se calculó el error total con respecto a la ecuación original evaluada como problema directo y los resultados fueron los siguientes:

- Error para la aproximación de Bortfeld = 5.211383×10^{-9}
- Error para la aproximación de Aki y Richards = 8.287445×10^{-12}
- Error para la aproximación de Hilterman = 6.062321×10^{-9}
- Error para la aproximación de Shuey = 6.746703×10^{-11}
- Error para la aproximación de Lörtzer = 8.492476×10^{-13}
- Error para la aproximación de Lin = 7.993851×10^{-10}

A continuación se muestra la tabla con conjuntos de parámetros resultantes, entre los cuales se encuentran buenas respuestas, tomando en consideración que todos los resultados mostrados cumplen como una solución al problema.

Tabla 7.3: Conjuntos de parámetros seleccionados al azar de los resultados obtenidos por el algoritmo posteriores al filtrado, para el primer modelo.

α_1	β_1	ρ_1	α_2	β_2	ρ_2
3843.768	2382.990	2472.637	3502.355	2188.771	2391.738
4017.854	2354.045	2354.045	3885.306	2274.986	2230.227
3746.112	2337.569	2579.991	3632.377	2290.940	2349.806
3945.982	2429.085	2495.112	3696.923	2291.230	2348.417
3886.422	2242.672	2487.042	3530.776	2017.226	2412.706
3970.368	2483.482	2432.744	3619.430	2286.717	2352.087
4021.135	2323.311	2437.818	3663.383	2096.889	2358.466
3841.391	2259.589	2494.499	3686.778	2167.407	2292.888
3786.577	2387.529	2513.856	3565.505	2273.561	2354.356
3946.239	2184.227	2533.216	3674.829	1998.025	2398.520
3927.581	2331.951	2504.683	3544.320	2098.505	2445.893
3805.921	2351.196	2462.507	3539.814	2202.977	2334.384
3836.936	2418.837	2478.162	3507.225	2236.884	2389.664
3704.517	2186.963	2635.535	3573.422	2110.632	2410.539
3862.595	2373.859	2496.053	3572.278	2209.142	2379.365
3787.888	2203.231	2582.698	3630.325	2105.696	2377.235
4108.813	2336.994	2399.580	3834.939	2158.116	2266.915
4005.427	2284.380	2411.521	3596.161	2021.243	2366.769
3878.516	2352.925	2468.267	3550.777	2160.648	2376.409
3776.706	2405.973	2552.058	3584.697	2313.287	2371.491
3891.620	2356.509	2543.851	3728.339	2267.740	2342.343
3909.050	2219.551	2487.301	3763.077	2122.019	2279.494
3881.573	2348.477	2468.353	3590.022	2178.282	2352.833
3734.733	2268.763	2487.362	3377.350	2058.088	2423.984
3760.763	2346.749	2477.246	3686.968	2323.225	2229.863

7.2. Modelo Agua Nueva - Cuesta del Cura

Los parámetros propuestos para el tercer modelo son los siguientes

Tabla 7.4: Propiedades físicas de las formaciones geológicas, tomados de (Montalvo et al., 2011)

Formación	α	β	ρ	Profundidad (z)
Agua Nueva	3586.667 m/s	2152 m/s	2399.023 Kg/m ³	100 m
Cuesta del Cura	3540.000 m/s	1770 m/s	2391.181Kg/m ³	70 m

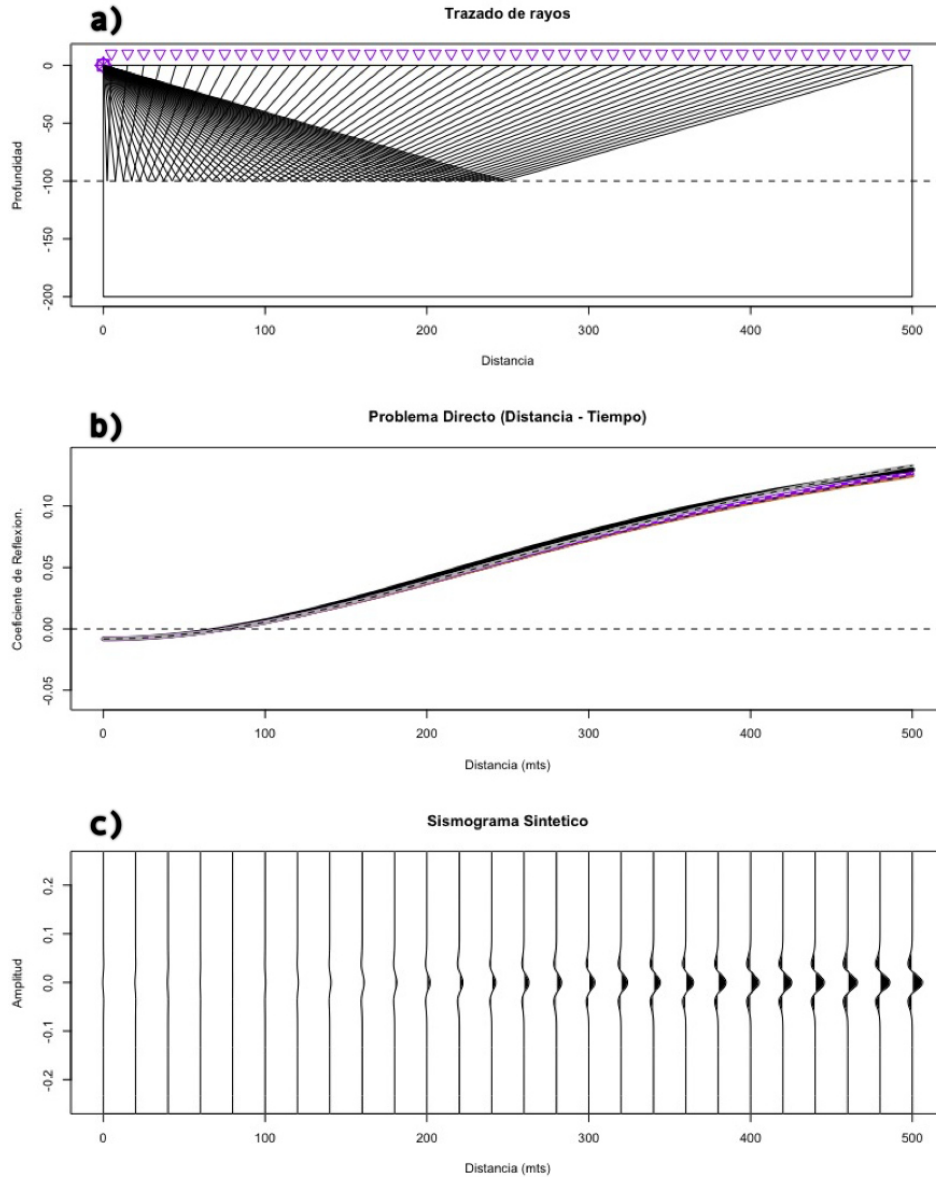


Figura 7.2: a) Representación geométrica del del modelo, usando trazado de rayos. b) Resultado de la inversion y grafica de los coeficientes de reflexión. c) Sismograma sintético realizado a partir del coeficiente de reflexión utilizando la ondícula de Ricker. Parámetros tabla 7.4, colores según figura 6.2.

En este modelo podemos observar un contraste aun menor entre los parámetros. Sin embargo, posee una profundidad menor, se puede acreditar a esto el buen funcionamiento de las aproximaciones a las ecuaciones de Zoeppritz, las cuales parecen ser competentes

en su totalidad para la inversión. Cabe resaltar el fenómeno observado en la amplitud del coeficiente de reflexión, el cual cambia de negativo a positivo y es mejor apreciable con ayuda de la línea punteada que pasa por el origen y que se ve representado por medio de los sismogramas sintéticos mostrados.

Al igual que para el primer modelo analizado, para éste la función dentro del algoritmo encargada de la inversión se ejecutó un total de 4000 veces para las 6 aproximaciones contempladas tardando en promedio 11.5 horas por cada aproximación y encontrando una respuesta por cada vez que lo hizo. 100 respuestas de las 4000 obtenidas fueron seleccionadas al azar y graficadas una sobre otra con el fin de demostrar que dado que el problema que se está atacando es un problema denominado dentro de la teoría inversa como *mal condicionado*, tiene soluciones infinitas y este algoritmo encontró y acotó cierta cantidad de ellas.

Se promedió la evaluación de las 100 respuestas y se calculó el error total con respecto a la ecuación original evaluada como problema directo y los resultados fueron los siguientes:

- Error para la aproximación de Bortfeld = 5.211383×10^{-9}
- Error para la aproximación de Aki y Richards = 8.287445×10^{-12}
- Error para la aproximación de Hilterman = 6.062321×10^{-9}
- Error para la aproximación de Shuey = 6.746703×10^{-11}
- Error para la aproximación de Lörtzer = 8.492476×10^{-13}
- Error para la aproximación de Lin = 7.993851×10^{-10}

A continuación se muestra la tabla con conjuntos de parámetros resultantes, entre los cuales se encuentran buenas respuestas, tomando en consideración que todos los resultados mostrados cumplen como una respuesta al problema.

Tabla 7.5: Conjuntos de parámetros seleccionados al azar de los resultados obtenidos por el algoritmo posteriores al filtrado, para este modelo.

α_1	β_1	ρ_1	α_2	β_2	ρ_2
3731.141	2511.198	2386.230	3699.214	2177.746	2368.710
3664.569	2557.037	2412.028	3618.696	2232.947	2403.049
3678.534	2571.105	2518.267	3638.156	2250.695	2505.346
3736.291	2525.510	2470.318	3702.972	2192.786	2453.753
3701.183	2550.778	2449.632	3660.371	2222.728	2437.078
3725.870	2598.221	2492.582	3693.832	2279.477	2474.381
3719.555	2536.375	2444.284	3683.176	2206.123	2429.131
3714.573	2522.232	2445.509	3686.131	2196.376	2425.329
3688.038	2616.024	2452.316	3656.292	2306.961	2434.333
3719.687	2581.373	2530.519	3686.868	2260.779	2512.572
3744.599	2530.430	2506.753	3706.920	2193.538	2491.781
3769.291	2524.731	2430.675	3736.732	2185.870	2412.821
3762.388	2552.838	2450.843	3722.809	2214.499	2437.288
3770.087	2565.857	2508.704	3731.576	2229.129	2494.522
3753.111	2549.776	2353.869	3712.545	2211.953	2341.095
3763.054	2611.506	2401.105	3719.810	2279.355	2390.010
3672.727	2526.104	2448.799	3636.069	2202.684	2434.011
3680.311	2554.624	2496.569	3643.221	2233.777	2481.659
3714.769	2594.292	2468.866	3691.639	2282.957	2444.692
3678.246	2615.440	2431.201	3641.079	2303.571	2416.563
3661.068	2602.800	2505.339	3617.205	2287.500	2494.762
3725.649	2582.918	2489.691	3688.072	2257.811	2475.057
3872.761	2552.503	2477.763	3829.409	2189.856	2465.473
3745.642	2599.029	2454.173	3711.879	2275.281	2437.003
3695.262	2576.231	2390.430	3662.050	2258.990	2373.830

7.3. Modelo Cuesta del Cura - Tamaulipas Superior

Los parámetros propuestos para el tercer modelo son los siguientes

Tabla 7.6: Propiedades físicas de las formaciones geológicas Cuesta del Cura y Tamaulipas superior, tomados de (Montalvo et al., 2011)

Formación	α	β	ρ	Profundidad (z)
Cuesta del Cura	3540.000 m/s	1770 m/s	2391.181Kg/m ³	70 m
Tamaulipas Superior	4660.000 m/s	2330 m/s	2561.287Kg/m ³	210 m

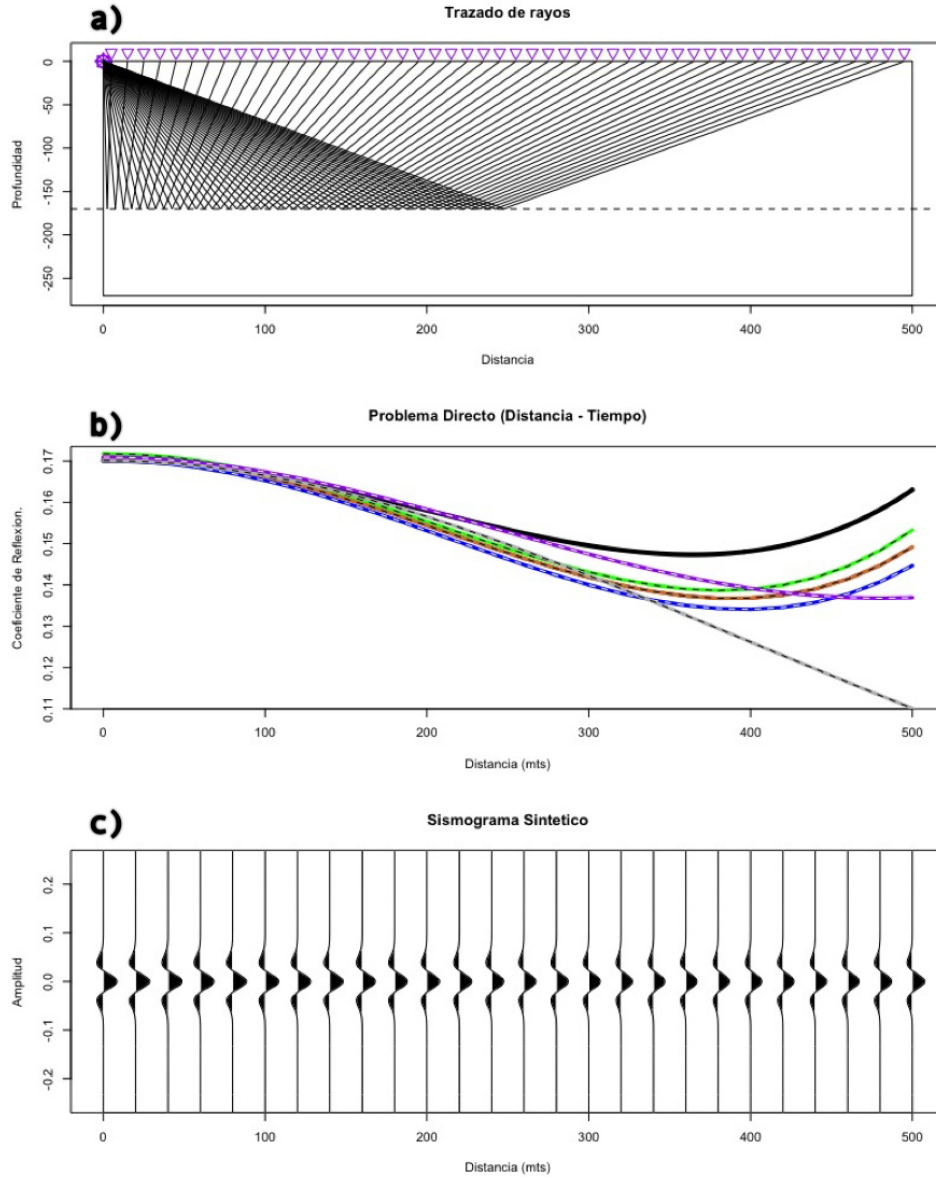


Figura 7.3: a) Representación geométrica del del modelo, usando trazado de rayos. b) Resultado de la inversion y grafica de los coeficientes de reflexión. c) Sismograma sintético realizado a partir del coeficiente de reflexión utilizando la ondícula de Ricker. Parámetros tabla 7.6, colores según figura 6.2.

A diferencia de los dos modelos anteriores, en este podemos observar un contraste significativo entre las propiedades físicas de las formaciones geológicas, lo cual no beneficia a las aproximaciones a las ecuaciones de Zoeppritz, ya que estas suponen ligeros

cambios en las propiedades de los medios en sus interfaces, y esto se ve reflejado en la gráfica correspondiente a la amplitud del coeficiente de reflexión, en la cual se observa un comportamiento caótico en las diferentes aproximaciones, además se deduce que ninguna de estas es muy confiable después de los 100 m.

Al igual que en los dos ejemplos anteriores, la función dentro del algoritmo encargada de la inversión se ejecutó un total de 4000 veces para las 6 aproximaciones contempladas tardando en promedio 11.5 horas por cada aproximación y encontrando una respuesta por cada vez que lo hizo. 100 respuestas de las 4000 obtenidas fueron seleccionadas al azar y graficadas una sobre otra con el fin de demostrar que dado que el problema que se está atacando es un problema denominado dentro de la teoría inversa como *mal condicinonado*, tiene soluciones infinitas y este algoritmo encontró y acotó cierta cantidad de ellas.

Se promedió la evaluación de las 100 respuestas y se calculó el error total con respecto a la ecuación original evaluada como problema directo y los resultados fueron los siguientes:

- Error para la aproximación de Bortfeld = 2.902035×10^{-12}
- Error para la aproximación de Aki y Richards = 6.483758×10^{-11}
- Error para la aproximación de Hilterman = 8.160903×10^{-13}
- Error para la aproximación de Shuey = 3.160581×10^{-10}
- Error para la aproximación de Lörtzer = 3.218017×10^{-13}
- Error para la aproximación de Lin = 5.689021×10^{-12}

A continuación se muestra la tabla con conjuntos de parámetros resultantes, entre los cuales se encuentran buenas respuestas, tomando en consideración que todos los resultados mostrados cumplen como una respuesta al problema.

Tabla 7.7: Conjuntos de parámetros seleccionados al azar de los resultados obtenidos por el algoritmo posteriores al filtrado, para el tercer modelo.

α_1	β_1	ρ_1	α_2	β_2	ρ_2
4085.529	1664.849	2453.701	5326.087	2400.795	2651.932
4284.989	1503.404	2441.407	5640.475	2405.041	2615.173
3795.978	1696.105	2380.570	4996.542	2359.038	2550.120
4319.139	1691.115	2376.104	5685.299	2529.886	2545.281
3850.539	1835.539	2468.731	5046.985	2457.953	2655.129
3627.010	1787.157	2402.981	4773.200	2367.807	2574.587
4181.876	1923.108	2275.959	5502.629	2634.501	2438.823
3881.615	2040.525	2305.790	5092.662	2615.322	2477.056
4284.083	1732.323	2502.241	5631.123	2538.724	2683.976
3959.738	1722.353	2374.960	5188.863	2414.738	2554.647
3799.491	1641.799	2267.679	5002.575	2325.038	2428.560
4389.202	1467.384	2463.604	5768.573	2416.205	2642.751
3733.697	2015.952	2449.850	4915.020	2564.972	2624.110
3539.753	1675.082	2341.284	4655.394	2260.854	2509.961
3462.760	2171.672	2320.202	4530.051	2590.857	2499.742
4523.951	1907.925	2223.370	5935.627	2724.468	2388.789
3602.821	1892.514	2446.679	4738.947	2434.240	2622.620
3737.655	1744.517	2377.689	4928.885	2379.095	2542.686
3916.679	1785.750	2357.409	5151.922	2455.921	2526.907
4016.741	1681.689	2416.741	5255.348	2401.795	2603.402
4091.313	1792.770	2350.450	5362.178	2504.756	2528.177
4110.206	1308.173	2195.906	5408.057	2230.021	2353.158
3624.968	1903.758	2281.313	4771.287	2450.944	2443.874
3592.442	1693.802	2411.807	4718.019	2285.542	2588.796
3337.280	1755.160	2626.063	4366.552	2242.330	2829.082

Capítulo 8

Discusión

El método de estrategias evolutivas se seleccionó debido a las ventajas sobre otros métodos utilizados durante varios años, como son los mínimos cuadrados, un método bastante utilizado tanto en la geofísica, como en gran cantidad de ramas de investigación, con resultados satisfactorios. Sin embargo este tiene algunas limitantes, como son el hecho de que solo presenta buenos resultados para funciones lineales, y de no serlo, estas deben linealizarse de alguna forma.

Un punto importante a mencionar en la inversión de datos sísmicos en AVO es que en el área de la teoría inversa, existen problemas bien condicionados y mal condicionados. Estos últimos poseen soluciones múltiples, es decir que varias respuestas pueden satisfacer al problema, siendo este un punto en contra para los mínimos cuadrados, los cuales solo retornan una respuesta al momento de realizar una inversión.

Por ejemplo, para el caso de las ecuaciones de Zoeppritz que contienen una gran cantidad de elementos no lineales, es claro que linealizarlas es una opción realmente difícil y en la cual deberían proponer parámetros para tratar de predecir el comportamiento de ciertos elementos involucrados en la inversión, una vez desarrolladas a partir de su forma matricial, la cual es la forma en que comúnmente se presentan (Ecuación 4.1).

Tratando de poder realizar una inversión semejante al problema original, así como el análisis de parámetros en particular y un mejor comportamiento del fenómeno que estas describen, es que se han propuesto una serie de aproximaciones a lo largo de los años por diferentes investigadores, de las cuales algunas se mencionan y describen en la sección 4.2.

Las aproximaciones a las ecuaciones de Zoeppritz presentan un desarrollo de las ecuaciones a partir de supuestos y factores con valores pequeños que se discriminan, dejando como resultado un polinomio que es mucho más fácil de expresar que el desarrollado a partir de las ecuaciones de Zoeppritz, y el cual no depende de todos los ángulos como las ecuaciones originales $(\theta_i, \theta_r, \theta_t, \phi_r, \phi_t)$ y además involucran ciertos supuestos, bajo los que estas son válidas.

Un ejemplo de la inversion de datos de AVO por el medio de la aplicación de mínimos cuadrados a las aproximaciones a las ecuaciones de Zoeppritz se presenta en el trabajo presentado por ([Mustafa, 1990](#)), en el cual justamente se busca linealizar las aproximaciones a las ecuaciones por medio de la eliminación de factores cuadráticos presentes en dichas aproximaciones. El autor propone factores como la relación V_s/V_p comúnmente utilizado en estudios sísmicos, también conocida como gama γ y para el caso de esta notación representado como β/α o para el caso de algunas aproximaciones $(\alpha_2 + \alpha_1)/(\beta_2 + \beta_1)$.

Dentro del trabajo mencionado se muestra una linealización de la aproximación de Aki y Richard ([Aki and Richards, 2002](#)), en esta aproximación el coeficiente γ se presenta de forma cuadrática, y si este se asume como un valor conocido, es decir, una constante, ésta se linealiza y se vuelve posible su inversión por medio de mínimos cuadrados. Sin embargo, γ es una relación entre velocidades, entre velocidades en la que el divisor siempre será mayor que el dividendo, los valores que esta pueda tener varían entre 0 y 1, afectando de forma considerable la inversión si el método o la información bajo la que se suponen se plantea bien o son mal supuestas.

A continuación mostraremos un ejemplo de lo comentado, en el que aplicaremos a la aproximación de Aki y Richards (Sección 4.2.2), los parámetros observados en la sección 6.2.1, posteriormente mostraremos como pueden variar los resultados a partir de los valores posibles que se le pueden asignar a la relación V_s/V_p , presente en la aproximación como el factor γ , como se muestra en la siguiente ecuación.

Tomando la aproximación en la que podemos observar γ la cual se presenta como un factor cuadrático.

$$R(\theta_i) \cong \frac{1}{2} [1 - 4\gamma^2 \sin^2 \theta] \frac{\delta\rho}{\rho} + \frac{\sec^2 \theta}{2} \frac{\delta\alpha}{\alpha} - 4\gamma^2 \sin^2 \theta \frac{\delta\beta}{\beta}$$

y aplicando los siguientes parámetros, resolviendo esta como un problema directo para una distancia maxima de 5000 metros y una profundidad de z de 2000 metros, tenemos como resultado la gráfica del comportamiento del coeficiente de reflexion con respecto a la distancia como se muestra en la figura 8.1

Parámetros	α_1	β_1	ρ_1	α_2	β_2	ρ_2
Modelo 4	4000	2250	2465	3250	1250	2341

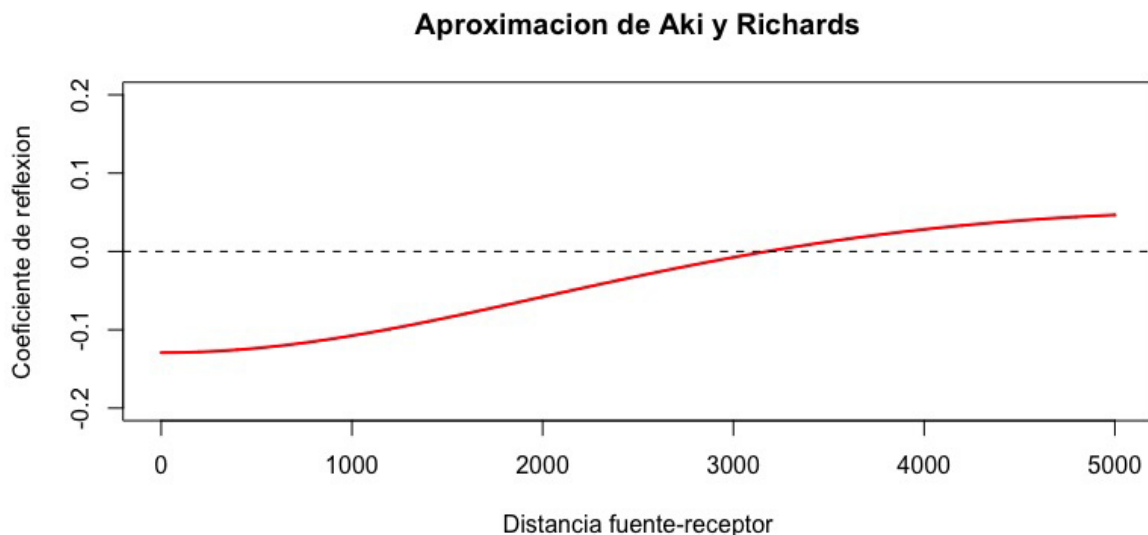


Figura 8.1: Coeficiente de reflexión contra distancia fuente-receptor para la aproximación de Aki y Richards según los parámetros correspondientes al ejemplo 4, previamente mostrados.

El factor γ puede variar entre 0 y 1, por ello la figura 8.2 muestra como pueden variar los resultados del experimento según se estimen los valores de este factor desde su valor como 0 hasta 1.

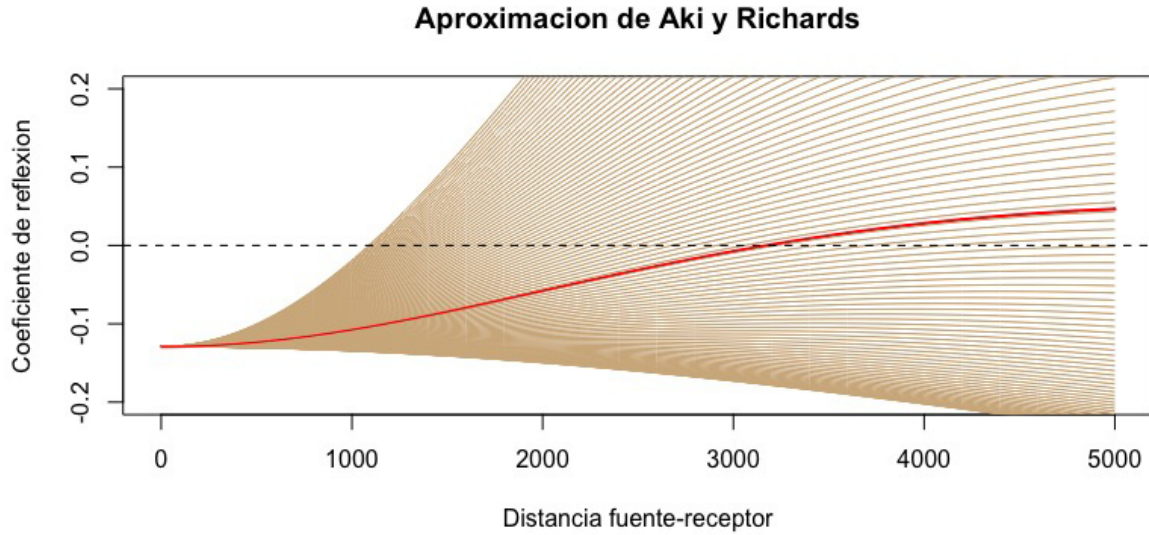


Figura 8.2: Coeficiente de reflexión contra distancia fuente-receptor para la aproximación de Aki y Richards agregando la variación de los posibles valores del factor γ que van desde 0 hasta 1.

Como es de suponerse, en estudios importantes se posee información sobre la zona a trabajar, es por ello que en la siguiente figura, acotamos los valores posibles de γ tomando como ejemplo la variación de estos el artículo de (Montalvo et al., 2011), en donde reportan velocidades para algunas formaciones del noreste de México, en las cuales se observa una variación de V_s/V_p que va desde 0.5 a 0.7.

Dando esta variación a γ y sobreponiendo los resultados sobre la figura 8.2 obtenemos la figura 8.3 en donde se observa claramente que la incertidumbre es menor, sin embargo aun existe en un rango considerable.

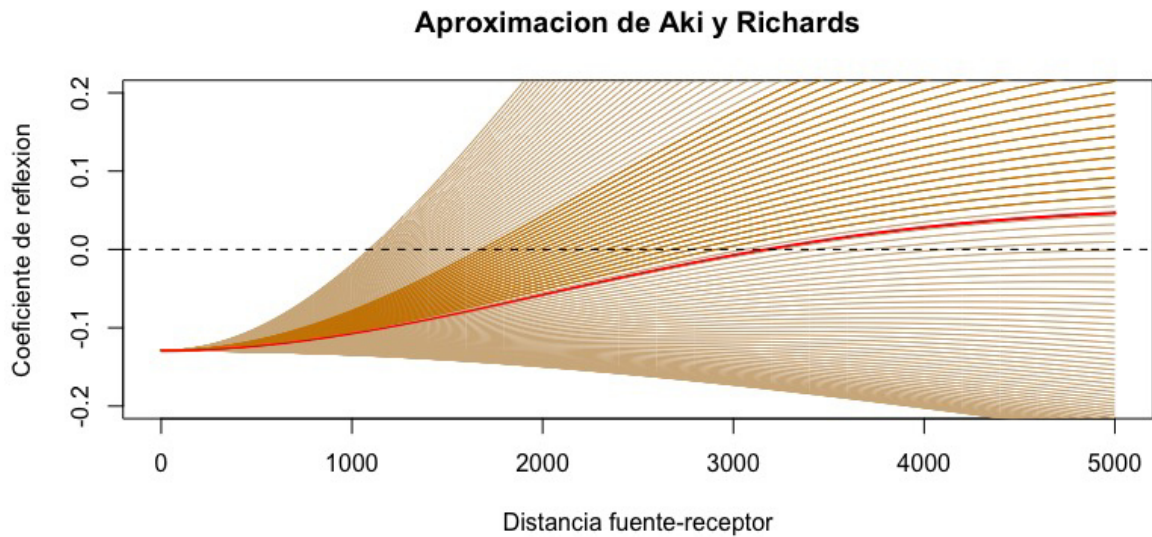


Figura 8.3: Aproximación de Aki y Richards agregando la variación de los posibles valores del factor γ acotados a valores entre 0.5 y 0.7.

Por otra parte, el método propuesto (Algoritmos evolutivos) muestra una infinidad de respuestas que dan como resultado el mismo comportamiento en la gráfica del coeficiente de reflexión. Debido a la naturaleza del problema propuesto, el cual esta clasificado como mal condicionado, que se caracterizan por tener soluciones múltiples las cuales se presentan en la figura 8.3, las cuales se consideran buenas soluciones ya que en el problema planteado se observa claramente como coinciden con los valores obtenidos a partir del problema inverso de forma gráfica y dando solución al problema.

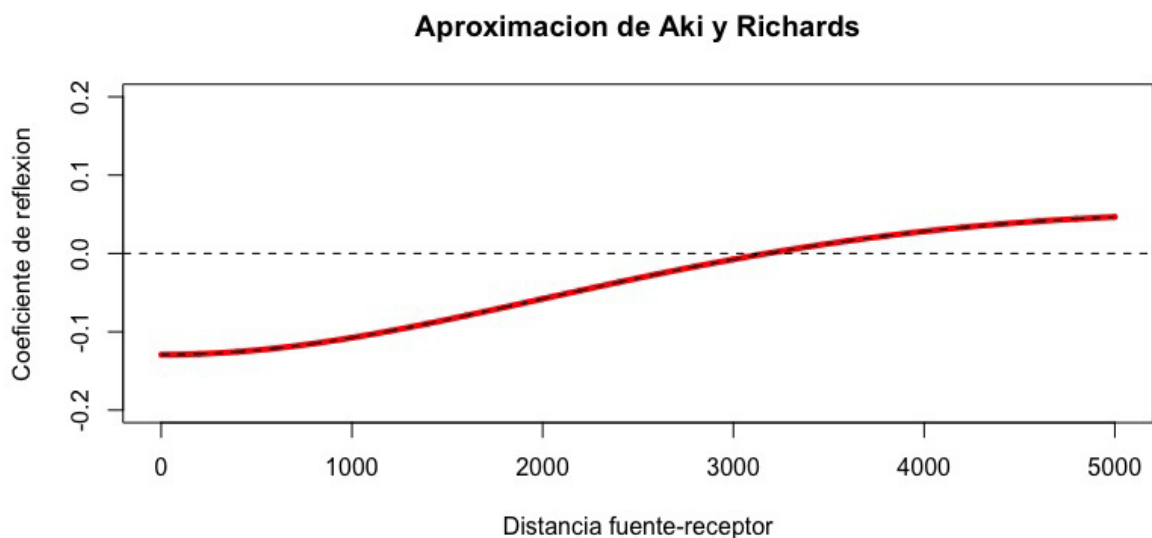


Tabla 8.1: 25 respuestas obtenidas a partir de la inversion con algoritmos evolutivos y seleccionadas al azar de un conjunto de 1000 respuestas en total, las cuales se sobrepusieron sobre la gráfica original de la aproximación de Aki y Richards.

α_1	β_1	ρ_1	α_2	β_2	ρ_2
4415.888	2736.488	2757.490	3905.051	2060.969	2412.346
4297.670	2501.685	2578.025	3773.504	1731.763	2272.672
4273.139	2615.205	2436.359	3878.282	2024.082	2080.269
4412.263	2583.022	2510.968	3809.225	1746.202	2249.291
4521.212	2542.252	2618.558	3976.079	1673.249	2303.662
4402.987	2572.625	2490.303	3726.370	1672.811	2273.895
3897.406	2201.496	2626.029	3363.998	1405.292	2352.358
4584.523	2660.136	2810.942	4096.711	1890.596	2436.366
3846.823	2414.901	2635.508	3358.532	1808.928	2335.151
4111.426	2530.481	2727.458	3687.865	1934.972	2355.873
3792.983	2316.810	2663.459	3379.101	1740.050	2314.301
4148.600	2666.245	2734.741	3440.804	1906.320	2545.988
4545.745	2538.681	2713.389	3912.000	1576.230	2437.592
4148.097	2546.030	2704.374	3619.771	1859.830	2396.521
4379.895	2393.910	2909.865	3915.131	1559.056	2521.211
3941.205	2497.744	2844.478	3566.874	1987.640	2435.551
3870.076	2434.588	2641.927	3377.901	1827.720	2341.733
4294.418	2471.993	2679.585	3795.276	1702.870	2346.290
3830.346	2607.704	2615.069	3259.176	2033.951	2374.917
4070.453	2349.595	2555.135	3528.009	1567.156	2280.006
3947.569	2351.451	2714.559	3394.467	1617.889	2440.539
4131.943	2711.353	2626.807	3407.093	1967.113	2459.331
4552.251	2481.095	2604.623	3842.737	1397.448	2383.753
4105.252	2520.635	2615.300	3523.989	1797.372	2355.652
4136.366	2468.815	2672.020	3672.264	1796.912	2330.263

Un punto más importante por mencionar es que las aproximaciones a las ecuaciones de Zoeppritz funcionan bajo el supuesto de pequeños contrastes entre medios, hecho que se observó en el modelo planteado para las formaciones Cuesta del Cura y Tamaulipas

superior, cuyos parámetros se muestran en la tabla 7.6.

Sin embargo, el AVO por definición se encuentra considerado como un atributo sísmico, que es utilizado preferentemente en la prospección sísmica, ly resuelve dos problemas importantes que condicionan a las aproximaciones a las ecuaciones de Zoeppritz son los grandes contrastes entre capas y las grandes distancias entre la fuente y receptores.

Este atributo es utilizado en secciones extraídas de cubos sísmicos, que se pueden traducir en una infinidad de modelos multicapas, donde los contrastes son menores en la mayoría de los casos. De estos se obtienen sismogramas como los mostrados en los modelos, a partir de los cuales se puede simplificar o discretizar a conveniencia la cantidad de capas para los modelos como se muestra en la figura 8.4, en donde se muestra un sismograma sintético junto a unas pequeñas secciones, con dicho sismograma ajustados a ellas.

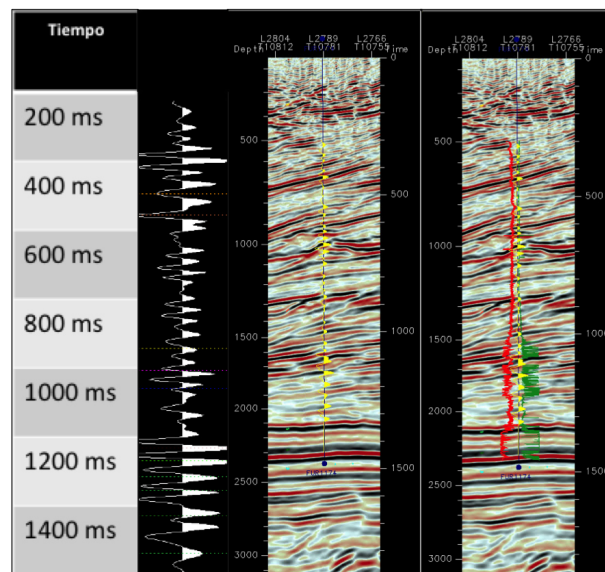


Figura 8.4: Sismograma sintético modelado junto a un par de secciones que muestran pozos que las cruzan y un par de registros básicos (Rojo-Velocidad y verde-Densidad).

Estos modelos se utilizan comúnmente en la exploración sísmica, en donde se presentan volúmenes sísmicos masivos, a los cuales se les aplican gran cantidad de atributos con el fin de aclarar y caracterizar secciones de forma más sencilla como se muestra en la figura 8.5

La dependencia actual de la sociedad por los hidrocarburos es cada vez mayor lo cual ha llevado a las industrias a realizar cada vez trabajos más arduos y buscar más hidrocarburos en yacimientos cada vez mas complejos, por tanto los estudios sísmicos son más difíciles y tienen como resultado cubos y a su vez secciones con complejidades mucho mayores como la presentada en la figura 8.6.

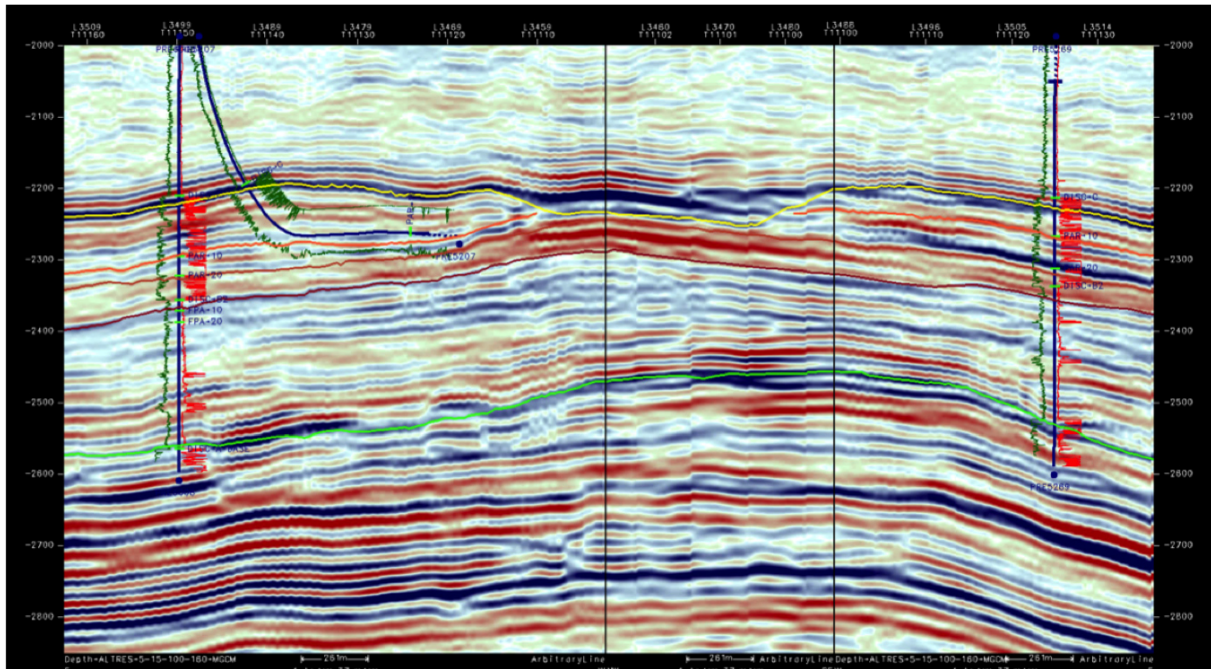


Figura 8.5: Sección sísmica extraída de un cubo con filtro y ganancia al cual se le han aplicado algunos atributos mas.

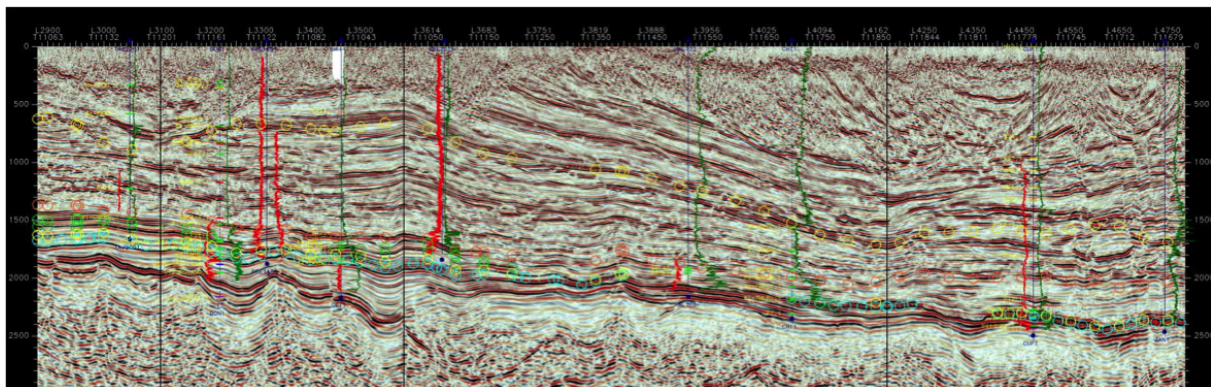


Figura 8.6: Sección sísmica extraída de un estudio 3D realizado para un yacimiento convencional en el suereste de México.

Capítulo 9

Conclusiones

Se concluye que es posible invertir las aproximaciones a las ecuaciones de Zoeppritz. Sin embargo, debido a que las múltiples respuestas obtenidas satisfacen a los problemas planteados, la información que se tenga del experimento es de vital importancia para la discriminación de respuestas válidas. En los ejemplos planteados en este trabajo se obtuvieron 4000 respuestas y por medio de una sola ecuación usada como filtro y condición para esta, por ejemplo, para el modelo 1, la cantidad de respuestas encontradas se redujo a 9, dentro de las cuales 2 de ellas se consideraban la respuesta al problema.

Dado que el problema planteado tiene múltiples soluciones, solo acotando las posibles respuestas por medio de información es posible diferenciar las respuestas óptimas de las infinitas soluciones posibles encontrar. Aun teniendo la mayor cantidad de información disponible sobre el estudio y/o área de trabajo podrían quedar varias respuestas considerables como satisfactorias dentro de las obtenidas.

Por otra parte, es de vital importancia mencionar que el tipo de estudio y el método utilizado para calificar las respuestas o filtros utilizados para discriminarlas, es el que denota cuántas respuestas son válidas o consideradas como óptimas. Dependiendo del error o tolerancia que se tenga se considerará la validez de una respuesta; además de otros factores como son la información que acote las respuestas en diferentes rangos que pueden ir desde lo probado, hasta lo posible, pasando por lo probable.

El método no funciona para grandes contrastes, sin embargo esto es debido a que la inversión se realizó por medio de las aproximaciones a las ecuaciones de Zoeppritz. Una alternativa para resolver este problema es el invertir las **Ecuaciones de Zoeppritz**

originales, ya que estas no poseen dicho problema, además de realizar este mismo procedimiento sobre modelos multicapas y con variaciones en estas, variaciones que pueden ir desde considerar medios heterogéneos e isotrópicos conocidos, así como gradientes variados.

Un punto importante a mencionar es el tiempo de cómputo, dado que para estos modelos sencillos llevó un considerable tiempo para computadoras con procesadores promedio. Es fácilmente deducible que para modelos de capas múltiples, el tiempo de cómputo podría multiplicarse en relación a la cantidad de capas propuestas para el modelo.

La complejidad del modelo, también podría aumentar el tiempo de cómputo de forma exponencial. Sin embargo, esto se ha pensado durante el proceso logístico de la resolución de este problema, llegando hasta ahora a dos soluciones propuestas, las cuales son:

- ◇ Utilizar este condigo como pase para la generación de algoritmos en lenguajes básicos encargados de procesar volúmenes mas grandes de información como son C++ y Fortran, y modificarlo para los parámetros mencionados, que van desde la consideración de capas multiples hasta la consideración de medios heterogéneos e isotrópicos y aquellos que posean una geometría irregular.
- ◇ Mantener la misma plataforma como lenguaje de programación y auxiliar el procesado de datos por medio de **CUDA** (*Compute Unified Device Architecture* o Arquitectura Unificada de Dispositivos de Cómputo)

Las diferentes metodologías que se encargan de la inversion presentan particulares opciones para resolver este tipo de problemas, es decir, debido a su buen funcionamiento es que la mayoría de los métodos clásicos de inversion, así como muchas nuevas metodologías propuestas, pueden adaptarse para la resolución de grandes problemas en la actualidad. Es imposible el concluir que alguna metodología es mejor que otra en todos los aspectos, incluso dentro de las mismas heurísticas, se ha demostrado que no existe una capaz de resolver todos los problemas, es por ello que es siempre conveniente el visualizar los problemas desde diferentes puntos y tratar de resolverles con mas de una técnica.

Bibliografía

- Aki, K. and Richards, P. G. (2002). *Quantitative Seismology*. University Science Books, second edition.
- Alemie, W. M. (2010). *Regularization of the AVO inverse problem by means of a multivariate Cauchy probability distribution*. PhD thesis, University of Alberta, 395 Wellington Street Ottawa ON K1A 0N4 Canada.
- Araujo, L. and Cervigón, C. (2009). *Algoritmos Evolutivos: Un enfoque práctico*. Alfaomega.
- Bortfeld, R. (1961). Approximations to the reflection and transmission coefficients of plane longitudinal and transverse waves. *Geophysics*, (9):485–512.
- Chako, S. (1989). Porosity identification using amplitude variations with offset: Examples from south sumatra. *Geophysics*.
- Chopra, S., Xu., Y., Castagna, J., and Tonn., R. (2007). Thin-bed reflectivity inversion and seismic interpretation. *Let It Flow*.
- Cobos, S. G., Goddard, J., Gutierrez, and Martinez, A. E. (2010). *Búsqueda y Exploración Estocástica*. Universidad Autónoma Metropolitana, primera edicion edition.
- Fowler, C. M. R. (2005). *The Solid Earth: An Introduction to Global Geophysics*. Cambringe University Press, segunda edición edition.
- Hilterman, F. J. (1983). Seismic liothology. *Presented as a continuing education course at the 53rd Ann. Internat. Mtg. Soc. Explor. Geophys.*
- Lin, T. (1989). Avo modeling by domain classification. *59th Ann. Internat, Mtg., Soc. Explor. Geophys., Expanded Abstracts*, 51:736–741.

- Lortzer, G. J. M., Haas, J. D., and Berkhout, A. J. (1988). Evaluation of weighted stacking techniques for avo inversion. *58th Ann. Internat. Mtg., Soc. Explor. Geophys., Expanded Abstracts*, pages 1204–1208.
- Louie, J. N. (1990). Physical properties of deep crustal reflectors in southern california from multi-offset amplitude analysis. *Geophysics*.
- Lowrie, W. (2007). *Fundamentals of Geophysics*. Cambridge University Press, segunda edición edition.
- Mazzoti, A. (1990). Prestack amplitude analysis methodology and its application to seismic bright spots in the po valley, italy. *Geophysics*.
- Montalvo, J. C., Ramos, L. G., Navarro, I., and Ramires, J. A. (2011). Una aproximación a la regionalización sísmica del estado de nuevo león, basada en velocidades de propagación de ondas de corte y geología. *Boletín de la Sociedad Geológica Mexicana*, 1(63):217–233.
- Mustafa, E. D. (1990). *Estimation of Seismic Parameters from Multifold Reflection Seismic Data by Generalized Linear Inversion of Zoeppritz Equations*. PhD thesis.
- Ostrander, W. J. (1984). Plane wave reflection coefficients for gas sands at nonnormal angles of incidence. *Geophysics*.
- Pigott, J. D. (1989). Young's modules from avo inversion. *59th Ann. Internat. Mtg., Soc. Explor. Geophys., Expanded Abstracts*.
- Polya, G. (1984). *Cómo plantear y resolver problemas*. trillas.
- Rutherford, S. R. and Williams, R. H. (1989). Avo variations in gas sands. *Geophysics*.
- Shearer, P. (2009). *Introduction to seismology*. Cambridge University Press, segunda edición edition.
- Shuey, R. T. (1985). A simplification of the zoeppritz equations. *Geophysics*, 23:609–614.
- Silva, R. and Ahmed, H. (1989). Application of the avo technique in production geophysics. *59th Ann. Internat. Mtg., Soc. Explor. Geophys., Expanded Abstracts*.
- Stacey, F. D. and Davis, P. M. (2008). *Physics of the Earth*. Cambridge University Press, cuarta edición edition.

- Stein., S. and Wysession, M. (2003). *An Introduction to Seismology, Earthquakes and Earth Structure*. Blackwell Publishing.
- Tarantola, A. (1987). *Inverse Problem Theory: Methods for Data Fitting and Model Parameter Estimation*. Elsevier Science.
- Telford, W. M. (1990). *Applied Geophysics*. Cambridge University Press, segunda edición edition.
- Vandenberghe, N., Poggiagliolmi, E., and Watts, G. (1987). Offset-dependent seismic amplitudes from karst limestone in northern belgium. *First Brake*.